4 आँकड़ों का प्रबंधन और प्रस्तुतिकरण

0675CH04

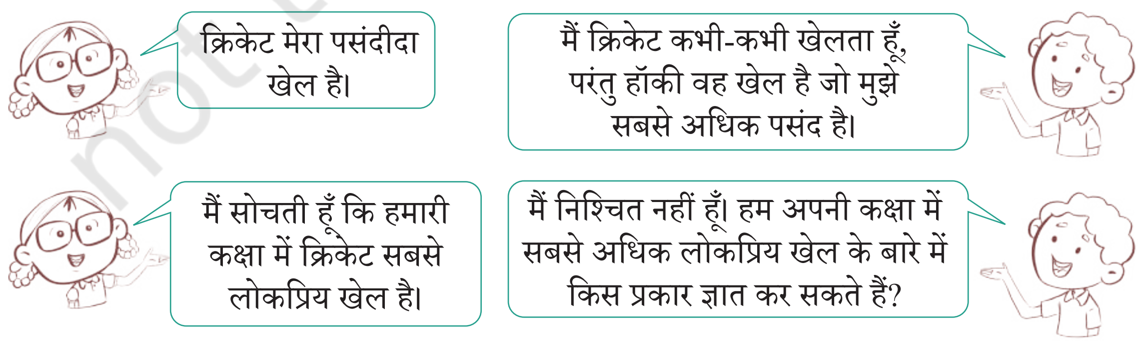
यदि आप अपने कक्षा-सहपाठियों से उनकी पसंद के रंगों के बारे में पूछेंगे, तो आपको रंगों की एक सूची प्राप्त हो जाएगी। यह सूची आँकड़ों का एक उदाहरण है। इसी प्रकार, यदि आप अपनी कक्षा के प्रत्येक विद्यार्थी का वजन मापेंगे, तो आपको भार के मापकों का एक संग्रह प्राप्त हो जाएगा— जो पुन: **आँकड़े** ही हैं।

तथ्यों, संख्याओं, मापनों, प्रेक्षणों या वस्तुओं के अन्य विवरणों के संग्रह, जो हमें उन वस्तुओं के विषय में सूचना प्रदान करते हैं, आँकड़े कहलाते हैं।

हम सूचनाओं के युग में रह रहे हैं। हम निरंतर अपने सम्मुख नई और रोचक विधियों से प्रस्तुत किए गए आँकड़ों को बड़ी मात्रा में देखते हैं। इस अध्याय में हम ऐसी कुछ विधियों को जानेंगे, जिनसे आँकड़ों को प्रस्तुत किया जाता है। साथ ही हम यह भी ज्ञात करेंगे कि इनमें से कुछ विधियों का प्रयोग किस प्रकार आँकड़ों को सही रूप से प्रदर्शित करने, उनकी व्याख्या करने तथा उनसे निष्कर्ष निकालने के लिए किया जा सकता है।

4.1 आँकड़ों का संग्रहण और संगठन

नव्या और नरेश अपने-अपने प्रिय खेल के विषय में चर्चा कर रहे हैं—



© NCERT not to be republished

नरेश और नव्या ने कक्षा के प्रत्येक विद्यार्थी के पास जाकर यह पूछने का निर्णय किया कि उनका पसंदीदा खेल क्या है। फिर उन्होंने एक सूची तैयार की।

नव्या एक सूची दर्शा रही है—

मेहनूर – कबड्डी	पुष्कल – सतोलिया (पिट्ठू)	अनाया – कबड्डी
जुबिमोन – हॉकी	डेंसी – बैडमिंटन	जिविशा – सतोलिया (पिट्ठू)
सिमरन – कबड्डी	जीविका – सतोलिया (पिट्ठू)	राजेश – फुटबॉल
नंद – सतोलिया (पिट्ठू)	लीला – हॉकी	थारा – फुटबॉल
अंकिता – कबड्डी	अफशां – हॉकी	सौम्या – क्रिकेट
इमोन – हॉकी	कीरत – क्रिकेट	नवजोत – हॉकी
युवराज – क्रिकेट	गुरप्रीत – हॉकी	हेमल – सतोलिया (पिट्ठू)
रेहाना – हॉकी	अर्श – कबड्डी	देबब्रत – फुटबॉल
आर्ना – बैडमिंटन	भव्या – क्रिकेट	अनन्या – हॉकी
कोम्पाल – फुटबॉल	साराह – कबड्डी	हार्दिक – क्रिकेट
ताहिरा – क्रिकेट		

वह प्रसन्नतापूर्वक कहती है, "मैंने आँकड़े संग्रहित कर लिए हैं। अब मैं सबसे अधिक लोकप्रिय खेल बता सकती हूँ।"

कुछ अन्य बच्चे उस सूची को देख रहे हैं और आश्चर्य कर रहे हैं। उन्होंने कहा, "हम अभी भी सबसे अधिक लोकप्रिय खेल को नहीं देख पा रहे हैं। इस सूची से हम इसे कैसे प्राप्त कर सकते हैं?"

आइए, पता लगाएँ

1. नरेश और नव्या के कक्षा-सहपाठियों के बीच सबसे अधिक लोकप्रिय खेल को आप कैसे ज्ञात करेंगे?
2. उनकी कक्षा में सबसे अधिक लोकप्रिय खेल कौन-सा है?
3. अपने कक्षा-सहपाठियों के बीच सबसे अधिक लोकप्रिय खेल को ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।
4. परी आगे दिए प्रश्नों के उत्तर देना चाहती है। जिन प्रश्नों के उत्तरों के लिए उसे आँकड़ों को संग्रहित करने की आवश्यकता है, उनके सम्मुख सही का चिह्न ☑ लगाइए तथा जिन प्रश्नों के उत्तरों के

© NCERT not to be republished

लिए उसे आँकड़ों को संग्रहित नहीं करना पड़ेगा, उनके सम्मुख एक क्रॉस का चिह्न ☒ लगाइए। अपने उत्तरों की कक्षा में चर्चा कीजिए।

a. उसके कक्षा-सहपाठियों के बीच सबसे अधिक लोकप्रिय टी.वी. शो कौन-सा है? ☐

b. भारत ने स्वतंत्रता कब प्राप्त की थी? ☐

c. उसके मोहल्ले या बस्ती में कितना पानी नष्ट हो रहा है? ☐

d. भारत की राजधानी क्या है? ☐

श्री नीलेश एक अध्यापक हैं। उन्होंने नववर्ष मनाने के लिए कक्षा में मिठाइयाँ लाने का निश्चय किया। पास की मिठाई की दुकान में जलेबी, गुलाब जामुन, गुजियाँ, बर्फी और रसगुल्ले उपलब्ध हैं। वे विद्यार्थियों की पसंद जानना चाहते थे। उन्होंने बोर्ड पर मिठाइयों के नाम लिखे तथा प्रत्येक विद्यार्थी से अपनी-अपनी प्राथमिकता बताने के लिए कहा। उन्होंने प्रत्येक विद्यार्थी के लिए एक मिलान चिह्न (tally mark) '|' लगाया और जब गिनती 5 पर पहुँची, तब उन्होंने पिछले चार चिह्नों को तिरछी काटती एक रेखा खींच कर इसे '𝍸' के रूप में अंकित किया।

मिठाई	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
जलेबी	𝍸 |	6
गुलाब जामुन	𝍸 ||||	9
गुजियाँ	𝍸 𝍸 |||	____
बर्फी	|||	____
रसगुल्ला	𝍸 ||	____

© NCERT not to be republished

आइए, पता लगाएँ

1. मिठाइयों को सही संख्याओं में खरीदने में श्री नीलेश की सहायता करने के लिए, उपरोक्त सारणी को पूरा कीजिए—

   a. कितने विद्यार्थियों ने जलेबी का चयन किया है? ☐

   b. बर्फी को ☐ विद्यार्थियों द्वारा चुना गया।

   c. गुजियाँ को कितने विद्यार्थियों ने चुना है? ☐

   d. रसगुल्ले को ☐ विद्यार्थियों द्वारा चुना गया।

   e. कितने विद्यार्थियों ने गुलाब जामुन का चयन किया है? ☐

श्री नीलेश ने अपने एक कर्मचारी को सारणी में दिए गए विवरण अनुसार मिठाईयाँ खरीद कर लाने का अनुरोध किया। दी गई सारणी से उन्हें सही संख्या में मिठाइयाँ खरीदने में सहायता मिली।

2. क्या दी गई सारणी प्रत्येक बच्चे को सही प्रकार की मिठाई वितरित करने के लिए पर्याप्त है? व्याख्या कीजिए। यदि यह पर्याप्त नहीं है, तो इसका विकल्प क्या है?

आँकड़ों को संगठित (organize) करने के लिए, हम एक स्तंभ में प्रत्येक मिठाई का नाम लिख सकते हैं तथा अन्य स्तंभों में उन मिठाइयों को चुनने वाले विद्यार्थियों की संख्या लिख सकते हैं। इसके साथ ही मिलान चिह्नों का उपयोग कर सकते हैं। संख्याएँ 6, 9, ... चुनी गई मिठाइयों जलेबी, गुलाब जामुन, ... की क्रमशः **बारंबारताएँ (frequencies)** हैं।

सुश्री संध्या ने अपने विद्यार्थियों से उनके जूतों के साइज के विषय में पूछा। उन्होंने प्राप्त आँकड़ों को बोर्ड पर लिखा—

4	5	3	4	3	4	5	5	4
5	5	4	5	6	4	3	5	6
4	6	4	5	7	5	6	4	5

फिर उन्होंने विद्यार्थियों के जूतों के साइज को आरोही (ascending) क्रम में व्यवस्थित किया—

3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7

आइए, पता लगाएँ

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर ज्ञात करने में सुश्री संध्या की सहायता कीजिए—
   a. कक्षा में जूतों का अधिकतम साइज _______ है।
   b. कक्षा में जूतों का न्यूनतम साइज _______ है।
   c. _______ विद्यार्थी हैं, जो 5 के साइज का जूता पहनते हैं।
   d. _______ विद्यार्थी हैं, जो 4 से बड़े साइज का जूता पहनते हैं।
2. आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने से उक्त प्रश्नों का उत्तर देने में किस प्रकार की सहायता प्राप्त हुई?
3. क्या आँकड़ों को व्यवस्थित करने की अन्य विधियाँ भी हैं?

गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

4. कुछ ऐसे पेड़ों के नाम लिखिए जो आप अपने आस-पास वातावरण में देखते हैं। जब आप अपने घर से विद्यालय की ओर जाते हुए कोई पेड़ देखते हैं (या एक स्थान से दूसरे स्थान तक पैदल चलते हुए), तब प्राप्त हुए आँकड़ों को निम्नलिखित सारणी में भरिए—

पेड़	पेड़ों की संख्या
पीपल	
नीम	
...	
....	

a. कौन-सा पेड़ अधिकतम संख्या में मिला?

b. कौन-सा पेड़ न्यूनतम संख्या में मिला?

c. क्या ऐसे दो पेड़ पाए गए, जिनकी संख्याएँ समान थीं?

5. एक कोरा कागज लीजिए तथा उस पर एक समाचार पत्र से लिया हुआ कोई एक छोटा समाचार चिपकाइए। प्रत्येक विद्यार्थी एक भिन्न लेख का उपयोग कर सकता है। अब कागज पर नीचे दर्शाए अनुसार एक सारणी तैयार कीजिए। प्रत्येक ऐसे छोटे समाचार के शब्दों में अक्षरों 'c', 'e', 'i', 'r' और 'x' की संख्याएँ गिनिए तथा निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए।

अक्षर	c	e	i	r	x	स्वयं के द्वारा चयनित किया हुआ कोई अक्षर
छोटे समाचार में प्राप्त हुए अक्षरों की संख्या						

a. सबसे अधिक बार प्राप्त हुआ अक्षर ...... है।

b. सबसे कम बार प्राप्त हुआ अक्षर .... है।

c. इन पाँचों अक्षरों 'c', 'e', 'i', 'r' और 'x' को उनकी बारंबारता के आरोही क्रम में लिखकर सूची बनाइए। अब अपनी सूची के क्रम की कक्षा-सहपाठियों की सूचियों के क्रमों से तुलना कीजिए। क्या आपका क्रम अन्य सहपाठियों के क्रमों के समान है या लगभग समान है? (लगभग प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा क्रम 'c', 'e', 'i', 'r' और 'x' प्राप्त होने की संभावना है!) आपके विचार से ऐसा क्यों है?

© NCERT not to be republished

d. वह प्रक्रिया लिखिए जिसे आपने इस कार्य को पूरा करने में अपनाया है।

e. अपने मित्रों के साथ उनके द्वारा अपनाई गई प्रक्रियाओं के बारे में चर्चा कीजिए।

f. यदि आप यही कार्य एक अन्य समाचार के साथ करते हैं, तो आप किस प्रक्रिया को अपनाएँगे?

अध्यापक टिप्पणी

विद्यार्थियों को आँकड़ों को संग्रहित और संगठित करने के और अधिक अवसर प्रदान कीजिए। विद्यार्थियों से यह अनुमान लगाने के लिए कहिए कि उनकी कक्षा में विद्यार्थियों के बीच सबसे अधिक लोकप्रिय रंग, खेल, खिलौना, विद्यालयी विषय इत्यादि कौन-सा है। इसके साथ ही इस विषय में आँकड़े एकत्रित (संग्रहित) करना एक ऐसा आनंददायक क्रियाकलाप हो सकता है जिससे वे अपने कक्षा-सहपाठियों के बारे में और अधिक जानकारी प्राप्त कर पाएँगे। चर्चा कीजिए कि वे आँकड़ों को किस प्रकार विभिन्न विधियों से एकत्रित कर सकते हैं। प्रत्येक विधि के लाभ और सीमाएँ हैं। आइए, इन सभी कार्यों का पता लगाएँ एवं विद्यार्थियों के साथ इन कार्यों की चर्चा करें। इसके साथ ही उन्हें इन कार्यों को समझने दें। इसके पश्चात् विद्यार्थियों को योजना बनाने दीजिए तथा कक्षा के सम्मुख अपनी प्रक्रियाओं को प्रस्तुत करने दीजिए।

4.2 चित्रालेख

चित्रालेख (pictographs) बिना कोई संख्या लिखे आँकड़ों को दर्शाने की चित्रीय और सुझावित विधि है। नीचे दिए गए चित्र को देखिए, आपने पिछली कक्षाओं में इस तरह के चित्र देखें होंगे।

यात्रा के साधन	विद्यार्थियों की संख्या ☺=1 विद्यार्थी
निजी कार	☺ ☺ ☺ ☺
सार्वजनिक बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
विद्यालयी बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
साइकिल	☺ ☺ ☺
पैदल	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

यह चित्र आपको विद्यार्थियों द्वारा यात्रा के लिए प्रयोग किए जाने विभिन्न साधनों को एक ही दृष्टि में समझने में सहायता करेगा। इस चित्र के आधार पर अग्रलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

© NCERT not to be republished

- यात्रा का कौन-सा साधन सबसे अधिक विद्यार्थियों द्वारा प्रयोग किया जाता है?
- यात्रा का कौन-सा साधन सबसे कम विद्यार्थियों द्वारा प्रयोग किया जाता है?

चित्रालेख, आँकड़ों को वस्तुओं के चित्रों द्वारा दर्शाता है। इससे आँकड़ों के विषय में दिए गए प्रश्नों के उत्तर एक ही दृष्टि में देने में सहायता मिलती है।

दिए गए चित्रालेख में, एक इकाई या प्रतीक (symbol) ☺ का प्रयोग एक विद्यार्थी को दर्शाने के लिए किया गया है। ऐसे चित्रालेख भी होते हैं, जहाँ एक इकाई या प्रतीक अनेक व्यक्तियों या वस्तुओं को दर्शाते हैं।

उदाहरण— नंदकिशोर ने बेरसिया में अपने मिडिल स्कूल के बच्चों से 'वे कितनी बार रात्रि में न्यूनतम व घंटे सोते हैं?' प्रश्न के उत्तर एकत्रित किए। उसने इन आँकड़ों का एक चित्रालेख तैयार किया।

प्रतिक्रिया	बच्चों की संख्या (▲ = 10 बच्चे)
सदैव	▲ ▲ ▲ ▲ ▲
कभी-कभी	▲ ▲ ◢
कभी नहीं	▲ ▲ ▲ ▲

उपरोक्त चित्रालेख के माध्यम से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

1. उन बच्चों की संख्या क्या है, जो सदैव रात्रि में न्यूनतम 9 घंटे सोते हैं?
2. कितने विद्यार्थी कभी-कभी ही रात्रि में न्यूनतम 9 घंटे सोते हैं?
3. कितने बच्चे सदैव रात्रि में 9 घंटे से कम सोते हैं? स्पष्ट कीजिए कि आपने किस प्रकार उत्तर प्राप्त किया।

हल—

1. सारणी में, 'सदैव' के सम्मुख 5 चित्र ▲ हैं। प्रत्येक चित्र 10 बच्चों को दर्शाता है। अतः 5 चित्र ▲ प्रदर्शित करते हैं $5\times10=50$ बच्चे।
2. 'कभी-कभी' के सम्मुख 2 पूर्ण चित्र ▲ ($2\times10=20$) और 1 आधा चित्र ◢ (10 का आधा=5) है। अतः, केवल कभी-कभी न्यूनतम 9 घंटे सोने वाले विद्यार्थियों की संख्या $20+5=25$ है।

© NCERT not to be republished

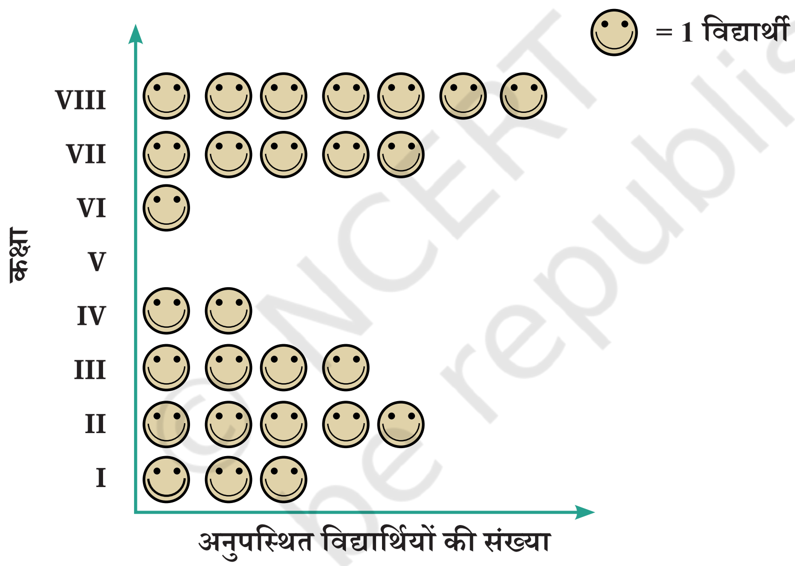
3. 'कभी नहीं' के सम्मुख 4 पूर्ण चित्र हैं। अत: $4 \times 10 = 40$ विद्यार्थी कभी भी रात्रि में न्यूनतम 9 घंटे नही सोते हैं, अर्थात वे सदैव 9 घंटे से कम सोते हैं।

एक चित्रालेख खींचना

एक दिन, लखनपाल ने इन आँकड़ों को संग्रहित किया कि प्रत्येक कक्षा में कितने विद्यार्थी अनुपस्थित थे—

कक्षा	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
विद्यार्थियों की संख्या	3	5	4	2	0	1	5	7

उसने इन आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए, एक चित्रालेख बनाया और उसमें 1 विद्यार्थी को ☺ से दर्शाने का निर्णय लिया—



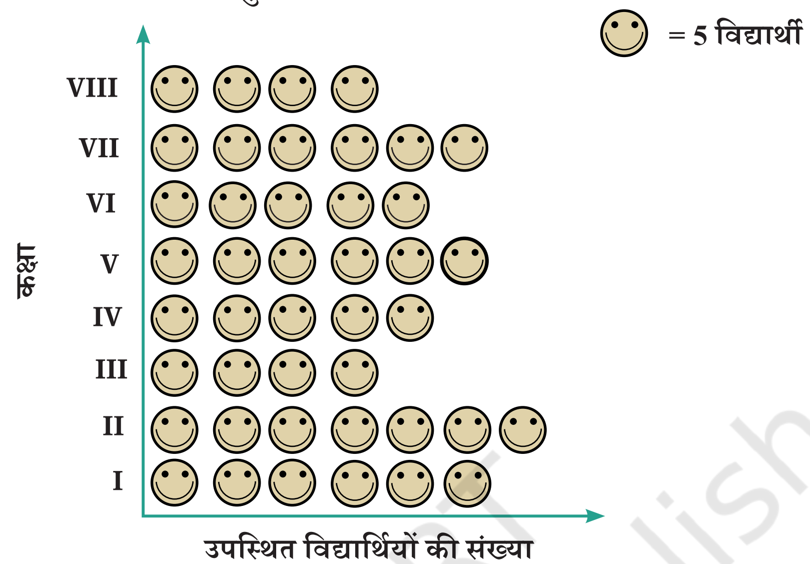
इसी समय, उसके मित्रों जरीना और संगीता ने उन विद्यार्थियों के आँकड़े संग्रहित किए, जो प्रत्येक कक्षा में उपस्थित थे—

कक्षा	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
विद्यार्थियों की संख्या	30	35	20	25	30	25	30	20

यदि वे इन आँकड़ों को चित्रालेख के माध्यम से दर्शाना चाहते हैं, तो क्या वे प्रत्येक विद्यार्थी के लिए अब भी एक प्रतीक ☺ का प्रयोग करेंगे, जैसा कि लखनपाल ने किया था। यदि हाँ, तो उन्हें किन चुनौतियों का सामना करना पड़ सकता है?

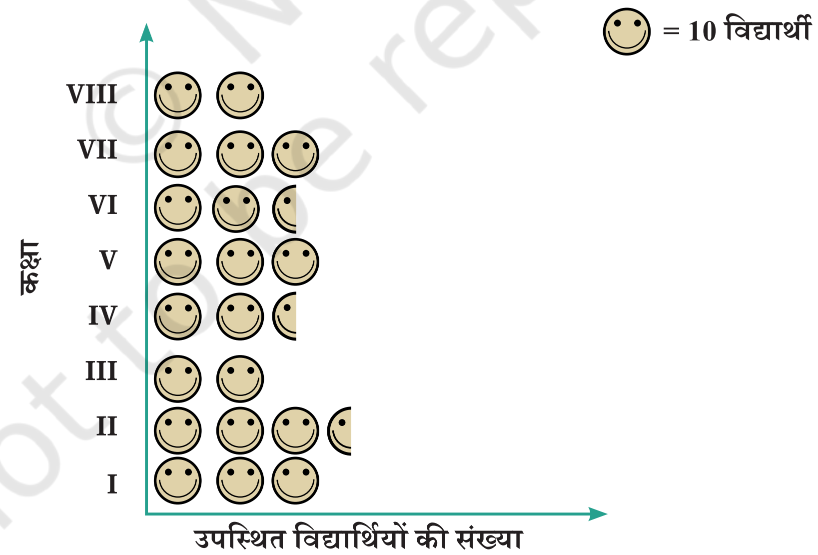
© NCERT not to be republished

जरीना ने इस समस्या से निपटने के लिए एक योजना बनाई— क्योंकि यहाँ अनेक विद्यार्थी हैं, इसलिए उसने को 5 विद्यार्थियों को दर्शाने का निर्णय लिया। उसने इसकी आकृति बनाई, जिससे समय और स्थान दोनों की बचत हुई।



संगीता ने एक से 10 विद्यार्थियों को दर्शाने का निर्णय लिया।

इसलिए उसे चित्रालेख में 25 विद्यार्थियों और 35 विद्यार्थियों को दर्शाने में समस्या हुई। तब उसने सोचा कि वह 5 विद्यार्थियों को दर्शाने के लिए का उपयोग कर सकती है।



यदि कक्षा में उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या 33 या 27 हो, तो एक ऐसा चित्रालेखा तैयार करते समय क्या चुनौतियाँ हो सकती हैं?

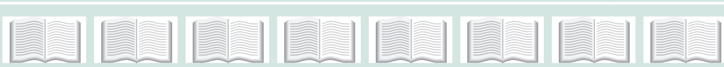
गणित चर्चा

© NCERT not to be republished

- **चित्रालेख** आँकड़ों को दर्शाने की सुंदर चित्रीय और सुझावित विधि है। ये आँकड़ों को वस्तुओं के चित्रों द्वारा दर्शाते हैं।
- चित्रालेख प्रश्नों के उत्तर देने और आँकड़ों के विषय में तुरंत निष्कर्ष निकलने में सहायता करते हैं। (दिए गए उदाहरणों में— मनपसंद खेलों, मनपसंद रंगों, परिवहन के सबसे आम साधनों, अनुपस्थित छात्रों इत्यादि के विषय में जानकारी प्राप्त कर पाए।)
- चित्रालेखों को पढ़कर हम विभिन्न वर्गों की बारंबारता और उनकी तुलना को तुरंत समझ सकते हैं (उदाहरण के लिए— क्रिकेट, हॉकी आदि)
- चित्रालेख में वर्गों को क्षैतिज अक्ष अथवा उर्ध्वाधर। अक्ष पर रख सकते हैं। प्रत्येक वर्ग के लिए, उस वर्ग की बारंबारता के अनुसार निर्दिष्ट स्तंभों या पंक्तियों में सरल चित्र और प्रतीक बनाए जाते हैं।
- एक **पैमाना** या **कुंजी** (उदाहरण के लिए, — एक विद्यार्थी अथवा — 5 विद्यार्थी) को यह दर्शाने के लिए जोड़ते हैं कि प्रत्येक चिह्न या चित्र क्या प्रदर्शित करता है। प्रत्येक चिह्न या चित्र एक या अधिक इकाई को प्रदर्शित कर सकता है।
- एक ऐसे चित्रालेख को बनाना चुनौतीपूर्ण हो सकता है जिसके आँकड़ों की मात्रा अधिक है या उसकी बारंबारता पैमाने के ठीक गुणज न हों।

आइए, पता लगाएँ

1. दिया गया चित्रालेख मिडिल स्कूल, गिन्नोरी के पुस्तकालय से एक सप्ताह में विद्यार्थियों द्वारा ऋण ली गई पुस्तकों की संख्याओं को दर्शाता है—

दिन	पुस्तकों की संख्या (=1 पुस्तक)
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

© NCERT not to be republished

a. किस दिन न्यूनतम संख्या में पुस्तकें ऋण ली गई?

b. सप्ताह के दौरान कुल कितनी पुस्तकें ऋण ली गई?

c. किस दिन अधिकतम संख्या में पुस्तकें ऋण ली गईं, इसका संभव कारण क्या हो सकता है?

2. मगन भाई जामनगर में पतंगें बेचते हैं। निकटवर्ती गाँवों से 6 दुकानदार उनसे पतंगें खरीदने आते हैं। इन 6 दुकानदारों को उनके द्वारा बेची गई पतंगों की संख्याएँ नीचे दी हुई है—

दुकानदार	बेची गई पतंगों की संख्या
चमन	250
रानी	300
रूखसाना	100
जसमीत	450
जेठा लाल	250
पूनम बेन	700

एक चित्रालेख तैयार कीजिए, जिसमें प्रतीक पतंग से 100 पतंगों को दर्शाया गया हो।

निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए—

a. रानी द्वारा खरीदी गई पतंगों को कितने प्रतीक दर्शाएँगे?

b. किसने अधिकतम संख्या में पतंगें खरीदीं?

c. जसमीत और चमन में से किसने अधिक पतंगें खरीदीं?

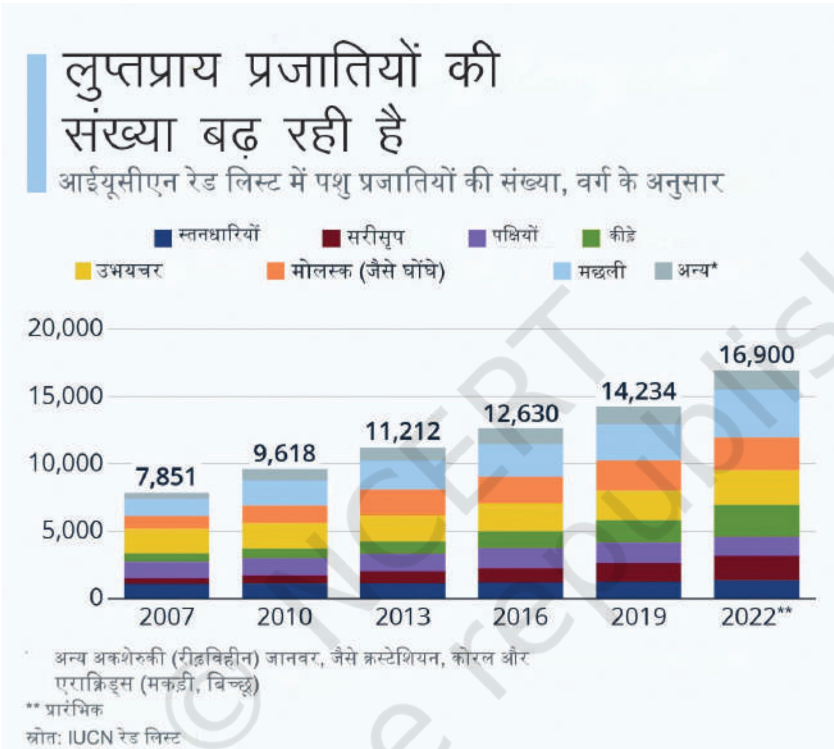
d. रुखसाना कहती है कि पूनम बेन ने रानी द्वारा खरीदी गई पतंगों की संख्या के दुगुने से अधिक पतंगें खरीदीं। क्या वह सही है? क्यों?

4.3 दंड आलेख

क्या आपने टी.वी. या समाचार पत्र में इस प्रकार के आलेख देखे हैं?

© NCERT not to be republished

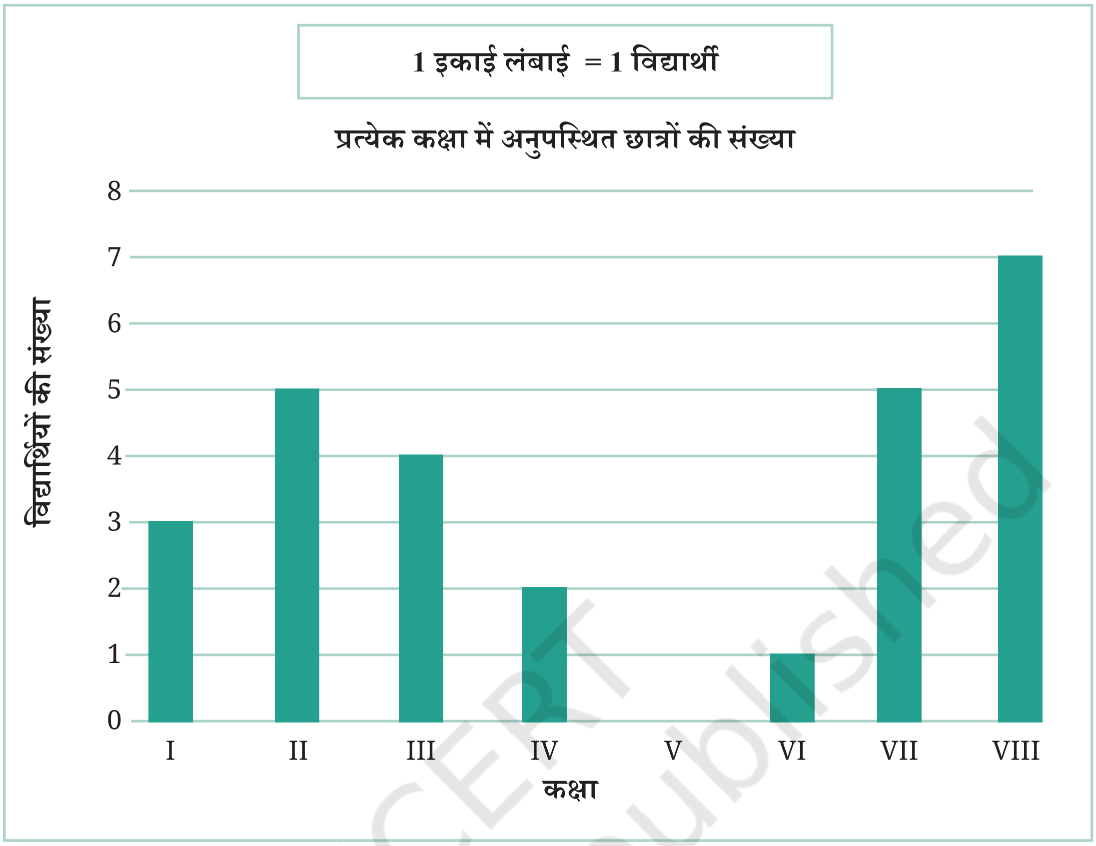
चित्रालेखों की तरह ही **दंड आलेख** भी हमें उच्चतम मान, विभिन्न श्रेणियों के मानों की तुलना करने इत्यादि जैसी सूचनाओं को तुरंत समझने और उनकी व्याख्या करने में सहायता कर सकते हैं। यद्यपि, जब आँकड़ों की मात्रा अधिक होती है तब उन्हें चित्रालेख द्वारा प्रस्तुत करने में न केवल समय अधिक लगता है, बल्कि कभी-कभी कठिन भी हो जाता है। आइए, देखें किस प्रकार इन आँकड़ों को एक दंड आलेख के माध्यम से प्रस्तुत किया जा सकता है।



स्रोत— *https://www.statista.com/chart/17122/number-of-threatened-species-red-list/*

कक्षा	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
विद्यार्थियों की संख्या	3	5	4	2	0	1	5	7

उसने इन्हीं आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा प्रस्तुत किया— आइए, लखनपाल द्वारा सग्रंहित आँकड़ों को लेते हैं, जो किसी एक दिन प्रत्येक कक्षा में अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या से संबंधित हैं।



अध्यापक टिप्पणी

यदि विद्यार्थियों ने इस ओर ध्यान नहीं दिया है, तो उन्हें समदूरस्थ क्षैतिज रेखाओं के बारे में बताइए। स्पष्ट कीजिए कि बाईं ओर क्रमागत संख्याओं के प्रत्येक युग्म के बीच में समान रिक्त स्थान है।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दंड आलेख का उपयोग करते हुए दीजिए—

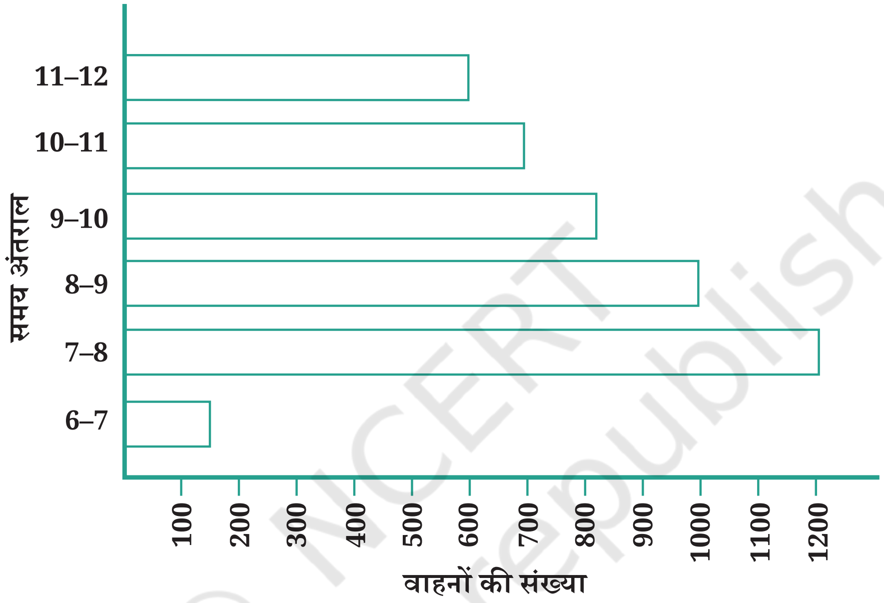
1. कक्षा 2 में उस दिन ______ विद्यार्थी अनुपस्थित थे।
2. किस कक्षा में अधिकतम संख्या में विद्यार्थी अनुपस्थित थे? ______
3. उस दिन किस कक्षा में पूर्ण उपस्थिति थी? ______

दंड आलेखों को बनाते समय, समान चौड़ाई के दंड जिनके बीच दूरी समान हो, क्षैतिज रूप में या ऊर्ध्वाधर रूप में खींचे जा सकते हैं। ऐसे में प्रत्येक दंड की लंबाई या ऊँचाई दी गई संख्या को दर्शाती है।

© NCERT not to be republished

जैसा कि हमने चित्रालेखों में देखा था, बारंबारताएँ बड़े होने पर एक पैमाना (स्केल) या कुंजी का उपयोग कर सकते हैं।

आइए, यातायात पुलिस द्वारा एकत्रित किए गए दिल्ली की एक व्यस्त सड़क के चौराहे से होकर गुजरने वाले वाहनों के आँकड़ों पर एक दृष्टि डालें। सुबह 6 बजे से दोपहर 12 बजे तक प्रत्येक घंटे इस चौराहे से होकर जाने वाले वाहनों की संख्या नीचे दंड आलेख में दर्शाई गई है। लंबाई की 1 इकाई 100 वाहनों को दर्शाती है।



हम देख सकते हैं कि इस चौराहे पर, अधिकतम यातायात सबसे लंबे दंड द्वारा दर्शाया गया है, जिसका समय अंतराल प्रात: 7–8 है। दंड आलेख दर्शाता है कि इस समय चौराहे से होकर 1200 वाहन गए हैं। दूसरा लंबा दंड प्रात: 8–9 के लिए है। इस दौरान इस चौराहे से होकर 1000 वाहन गए हैं। इसी प्रकार, न्यूनतम यातायात सबसे छोटे दंड द्वारा दर्शाया गया है, जिसका समय अंतराल प्रात: 6–7 है। इस दौरान केवल लगभग 150 वाहन ही इस चौराहे से होकर गए हैं। दूसरा छोटा दंड समय अंतराल प्रात: 11 से दोपहर 12 बजे का है, जब चौराहे से 600 वाहन गुजरे हैं।

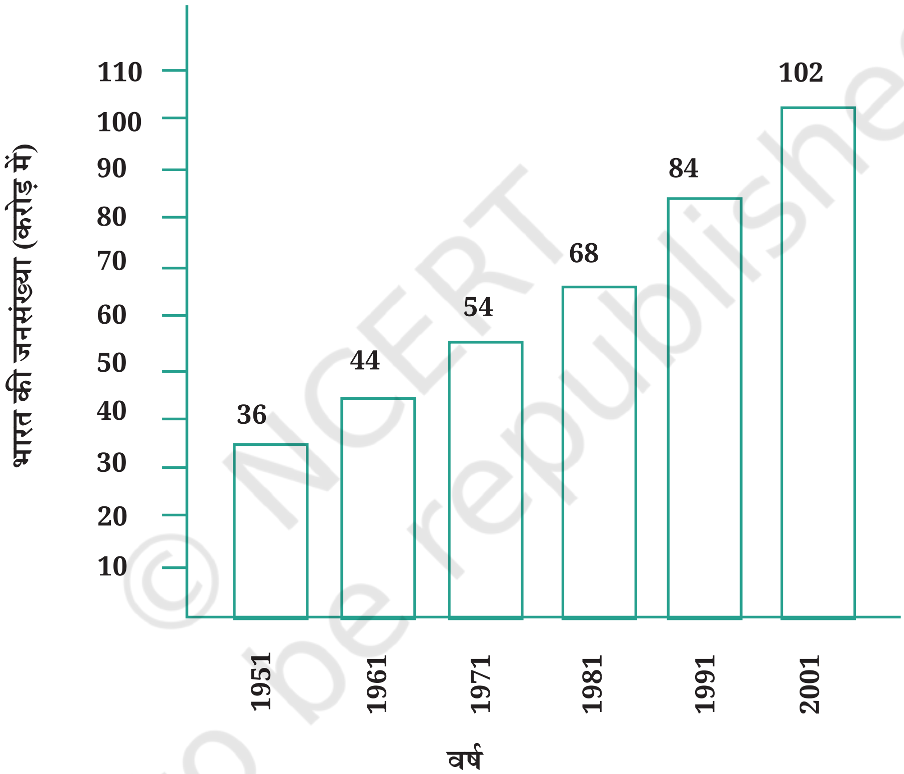
दो घंटे के अंतराल प्रात: 8 से 10 के दौरान इस चौराहे से होकर जाने वाले वाहनों की संख्या लगभग 1000 + 800 = 1800 वाहन हैं, जो इस दंड आलेख द्वारा दर्शाई गई है।

© NCERT not to be republished

आइए, पता लगाएँ

1. प्रात: 6 और दोपहर 12 के बीच उस चौराहे से कुल कितने वाहन गुजरे?
2. आपके विचार से समय प्रात: 6–7 के दौरान और 7–12 बजे दोपहर के बीच अन्य घंटे में, इतना कम यातायात क्यों रहा?
3. आपके विचार से प्रात: 7 और 8 के बीच यातायात अधिकतम क्यों रहा?
4. आपके विचार से प्रात: 8 के बाद 12 बजे दोपहर तक प्रत्येक घंटे में यातायात कम क्यों होता रहा?

उदाहरण—



भारत की जनसंख्या (करोड़ में)

उपरोक्त दंड आलेख 50 वर्षों के अंतराल में प्रत्येक दशक में भारत की जनसंख्या वृद्धि को दर्शाता है। प्रदर्शित की गई संख्याएँ करोड़ों में हैं। यदि आपको एक व्यक्ति को दर्शाने के लिए 1 इकाई लेनी पड़े, तब दंड बनाना संभव नहीं है। अत: हमने एक इकाई का पैमाना 10 करोड़ लिया है। यह दंड आरेख उक्त चित्र में प्रदर्शित है। अत: 5 इकाई का दंड 50 करोड़ तथा 8 इकाई का दंड़ 80 करोड़ प्रदर्शित करता है।

© NCERT not to be republished

- इस दंड आरेख के आधार पर आप अपने मित्रों से कौन से प्रश्न पूछना चाहेंगे?
- 50 वर्षों में भारत की जनसंख्या में कितनी वृद्धि हुई, प्रत्येक दशक में जनसंख्या वृद्धि कितनी थी?

4.4 दंड आलेख खींचना

पिछले एक उदाहरण में, श्री नीलेश ने अपनी कक्षा के विद्यार्थियों की पसंद की मिठाइयों के लिए, एक बारंबारता सारणी तैयार की थी। आइए, इन आँकड़ों के लिए एक दंड आलेख तैयार करें—

1. सर्वप्रथम, हम एक क्षैतिज रेखा और एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींचते हैं। क्षैतिज रेखा के अनुदिश हम प्रत्येक मिठाई का नाम लिखेंगे, तथा रखेंगे जिन पर दंड उनकी संगत बारंबारताओं के अनुसार खींचे जाएँगे। ऊर्ध्वाधर रेखा पर हम विद्यार्थियों की संख्या दर्शाने वाली बारंबारताएँ लिखेंगे।

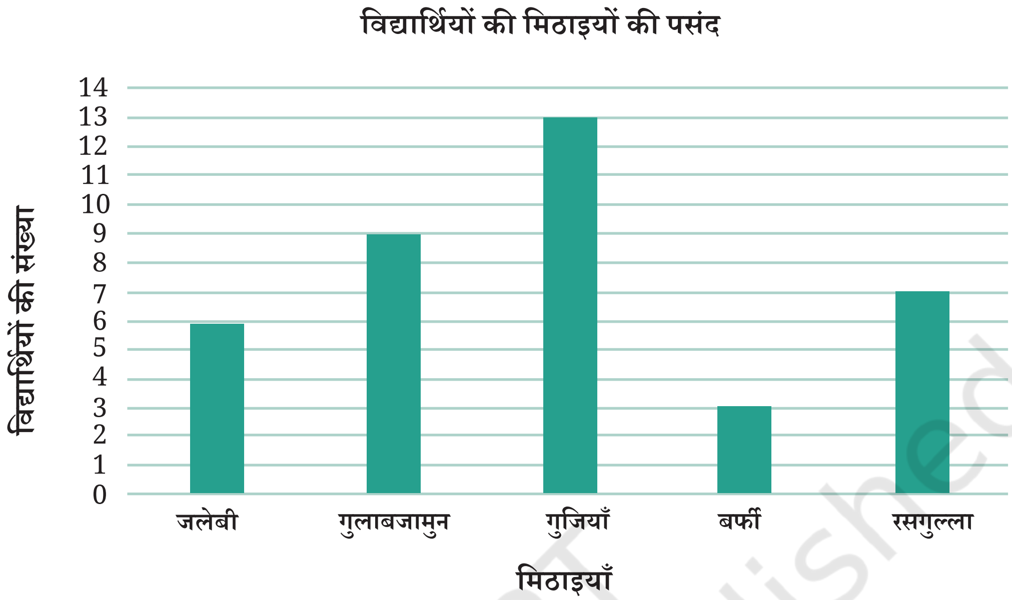
मिठाई	विद्यार्थियों की संख्या
जलेबी	6
गुलाब जामुन	9
गुजियाँ	13
बर्फी	3
रसगुल्ला	7

2. हमें एक पैमाना अवश्य चुनना चाहिए। इसका अर्थ है कि हमें यह निर्णय लेना चाहिए कि एक दंड की, एक इकाई लंबाई से कितने विद्यार्थी दर्शाए जाएँ ताकि आलेख हमारे कागज पर अच्छे प्रकार से खींचा जा सके। यहाँ, हम 1 इकाई लंबाई द्वारा 1 विद्यार्थी को दर्शाएँगे।

3. जलेबी के लिए, हम 6 इकाई की ऊँचाई (जो मिठाई जलेबी की बारंबारता है) का एक दंड खींचेंगे। इसी प्रकार, अन्य मिठाइयों के लिए भी हम उन्हीं ऊँचाइयों के दंड खींचेंगे, जितनी उनकी बारंबारताएँ हैं।

© NCERT not to be republished

4. इस प्रकार, हमें नीचे दर्शाए अनुसार दंड आलेख प्राप्त होता है—



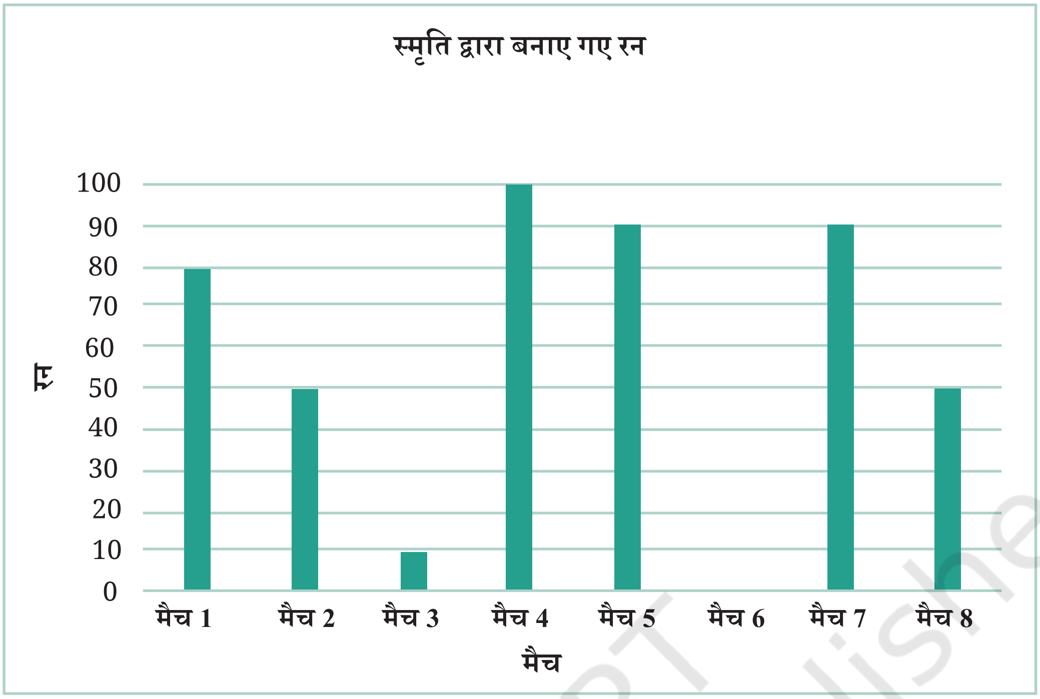
जब बारंबारताएँ बड़ी होती हैं, तो हम 1 इकाई लंबाई = 1 संख्या (बारंबारता) का उपयोग नहीं कर सकते हैं, तब हमें एक भिन्न पैमाने को चुनने की आवश्यकता होती है, जैसा कि हमने चित्रालेखों की स्थिति में किया था।

उदाहरण— स्मृति द्वारा 8 मैचों में बनाए गए रनों की संख्या नीचे सारणी में दी गई है—

मैच	मैच 1	मैच 2	मैच 3	मैच 4	मैच 5	मैच 6	मैच 7	मैच 8
रन	80	50	10	100	90	0	90	50

इस उदाहरण में, न्यूनतम स्कोर 0 है तथा अधिकतम स्कोर 100 है। 1 इकाई लंबाई = 1 रन का पैमाना लेने का अर्थ यह होगा कि हमें 1 के कदमों (steps) में 0 से 100 रनों को लेना होगा। यह अनावश्यक रूप से जटिल होगा। आइए, इसके स्थान पर हम 1 इकाई लंबाई = 10 रन लेते हैं। हम इस पैमाने को ऊर्ध्वाधर रेखा पर अंकित करते हैं तथा प्रत्येक मैच के स्कोर के अनुसार दंडों को खींचते हैं। उपर्युक्त आँकड़ों को दर्शाने वाला दंड आलेख हमें अगले पृष्ठ पर प्राप्त होता है—

© NCERT not to be republished



उदाहरण— निम्नलिखित सारणी इमरान के परिवार की विभिन्न मदों में मासिक व्यय दर्शाती है—

मद	व्यय (₹ में)
मकान किराया	3000
भोजन	3400
शिक्षा	800
बिजली	400
परिवहन	600
विविध	1200

इन आँकड़ों को दंड आलेख के रूप में दर्शाने के निम्नलिखित चरण हैं—

- दो लंब रेखाएँ खींचिए— एक क्षैतिज और एक ऊर्ध्वाधर।
- क्षैतिज रेखा के अनुदिश 'मद' अंकित कीजिए और उनके बीच में समान दूरी रखिए। ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश संगत व्यय अंकित कीजिए।

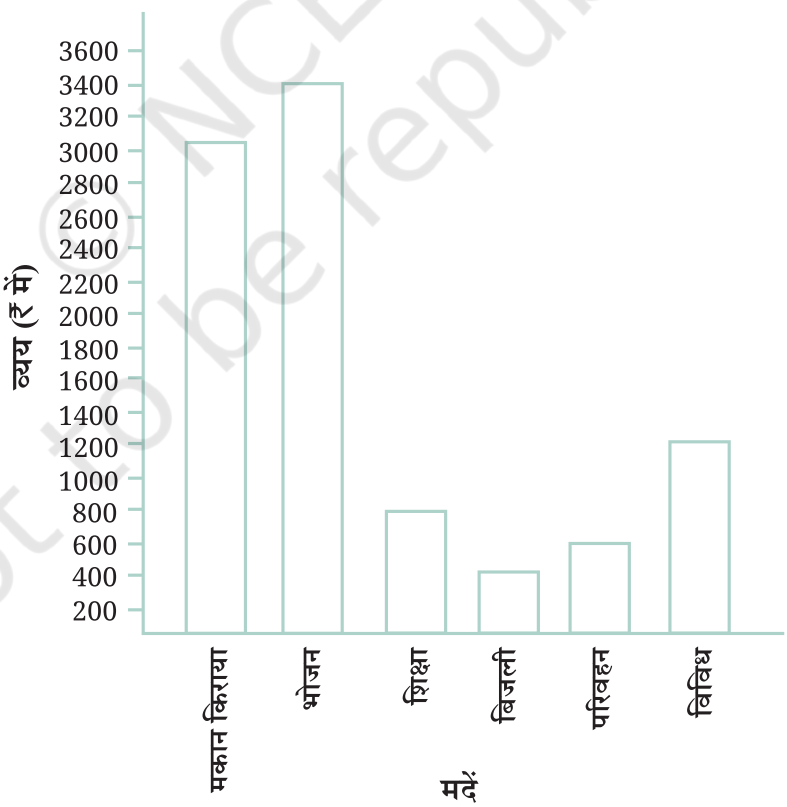
© NCERT not to be republished

- समान चौड़ाई के दंड इस प्रकार बनाइए कि उनके बीच में समान (रिक्त स्थान) दूरी रहे।
- ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश एक उपयुक्त पैमाना चुनिए। मान लीजिए कि 1 इकाई लंबाई = ₹200 है तथा फिर संगत मानों (₹200, ₹400) इत्यादि को ऊर्ध्वाधर रेखा पर अंकित करके लिख दीजिए।

अंतत: विभिन्न मदों के लिए दंडों की ऊँचाईयाँ नीचे दर्शाए अनुसार परिकलित कीजिए—

मकान किराया	3000÷200	15 इकाई
भोजन	3400÷200	17 इकाई
शिक्षा	800÷200	4 इकाई
बिजली	400÷200	2 इकाई
परिवहन	600÷200	3 इकाई
विविध	1200÷200	6 इकाई

उपरोक्त चरणों के आधार पर नीचे दिया गया दंड आलेख प्राप्त होगा—

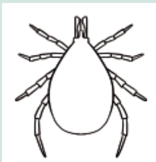
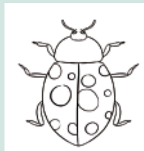


© NCERT not to be republished

- दंड आलेख का प्रयोग निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर देने में कीजिए—
  1. किस मद में इमरान का परिवार सबसे अधिक और उससे कम व्यय करता है?
  2. क्या बिजली पर व्यय, शिक्षा पर व्यय का आधा है?
  3. क्या शिक्षा पर व्यय, भोजन पर व्यय का एक-चौथाई से कम है?

आइए, पता लगाएँ

1. सामंथा ने एक चाय बागान का भ्रमण किया तथा वहाँ देखे गए कीट पतंगों के आँकड़े संग्रहित किए—

				
घुन	झांझा (सूंड)	भृंग (झींगुर)	तितलियाँ	टिड्डा
6	10	5	3	2

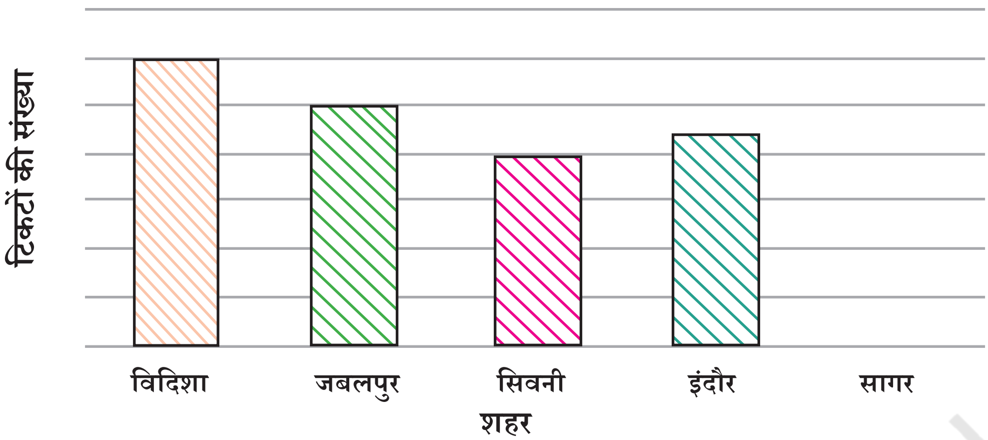
इन आँकड़ों को दर्शाने के लिए एक दंड आलेख बनाने में उसकी सहायता कीजिए।

2. पूजा ने 2 घंटे की अवधि के दौरान भोपाल रेलवे स्टेशन पर, मध्य प्रदेश के कुछ भिन्न शहरों के लिए बेचे गए टिकटों की संख्याओं के आँकड़े संग्रहित किए—

शहर	विदिशा	जबलपुर	सिवनी	इंदौर	सागर
टिकटों की संख्या	24	20	16	28	16

उन्होंने अपने विद्यार्थियों से चर्चा करने के लिए इन आँकड़ों का बोर्ड पर एक दंड आलेख तैयार किया, परंतु इस आलेख का कुछ भाग किसी ने मिटा दिया।

© NCERT not to be republished



a. दंड के ऊपर विदिशा के लिए बेचे गए टिकटों की संख्या लिखिए।

b. दंड के ऊपर जबलपुर के लिए बेचे गए टिकटों की संख्या को लिखिए।

c. विदिशा का दंड 6 इकाई लंबाइयों तक है तथा जबलपुर का दंड 5 इकाई लंबाइयों तक है। इस आलेख के लिए पैमाना (स्केल) क्या है?

d. सागर के लिए सही दंड खींचिए।

e. स्केल (पैमाने) को सम्मिलित करते हुए ऊर्ध्वाधर रेखा पर सही संख्या अंकित कीजिए।

f. क्या आलेख में सिवनी और इंदौर के लिए खींचे गए दंड सही हैं? यदि नहीं तो सही दंड खींचिए।

3. चीनू ने प्रात: 9 से 10 तक अपने घर के सामने सड़क पर जाने वाले परिवहन के विभिन्न साधनों की सूची बनाई—

मोटरसाइकिल	कार	मोटरसाइकिल	बस	मोटरसाइकिल	मोटरसाइकिल
मोटरसाइकिल	ऑटो	साइकिल	बैल गाड़ी	साइकिल	ऑटो
कार	स्कूटर	कार	ऑटो	साइकिल	मोटरसाइकिल
कार	ऑटो	मोटरसाइकिल	स्कूटर	मोटरसाइकिल	कार
साइकिल	स्कूटर	साइकिल	स्कूटर	मोटरसाइकिल	बस
ऑटो	ऑटो	मोटरसाइकिल	साइकिल	बस	मोटरसाइकिल
साइकिल	स्कूटर	बस	स्कूटर	ऑटो	मोटरसाइकिल
स्कूटर	साइकिल	मोटरसाइकिल	बैल गाड़ी	ऑटो	स्कूटर
कार	स्कूटर				

© NCERT not to be republished

a. दिए गए आँकड़ों के लिए एक बारंबारता वितरण सारणी तैयार कीजिए।

b. परिवहन के कौन-से साधन का सबसे अधिक प्रयोग किया गया?

c. यदि आप इन आँकड़ों को एकत्रित करने के लिए वहाँ होते, तो आप यह कार्य किस प्रकार करते? संबंधित चरणों या प्रक्रिया को लिखिए।

4. एक पासे को 30 बार फेंकिये तथा प्रत्येक बार प्राप्त की गई संख्या को अंकित कीजिए। मिलान चिह्नों का उपयोग करते हुए, इनके लिए एक बारंबारता वितरण सारणी तैयार कीजिए। अब वह संख्या ज्ञात कीजिए—

a. जो न्यूनतम बार आई है।

b. जो अधिकतम बार आई है।

c. जो समान बार आई हैं।

5. जसप्रीत बुमराह द्वारा उसके पिछले 30 मैचों में लिए गए विकेटों के आँकड़ों की एक बारंबारता वितरण सारणी फैज ने तैयार की।

लिए गए विकेट	मैचों की संख्या
0	2
1	4
2	6
3	8
4	3
5	5
6	1
7	1

a. यह सारणी क्या सूचना प्रदान करती है?

b. इस सारणी का शीर्षक क्या हो सकता है?

c. इस सारणी में किसने आपका ध्यान आकर्षित किया?

© NCERT not to be republished

d. कितने मैचों में बुमराह ने 4 विकेट लिए?

e. मयंक कहता है कि "यदि हम उसके द्वारा पिछले 30 मैचों में लिए गए कुल विकेटों की संख्या ज्ञात करना चाहते हैं, तो हमें संख्याओं 0, 1, 2, 3, ..., 7 तक को जोड़ना पड़ेगा।" क्या इस प्रक्रिया में मयंक लिए गए कुल विकटों की संख्या ज्ञात कर पाएगा? क्यों?

f. अपने पिछले 30 मैचों में जसप्रीत बुमराह ने कुल कितने विकेट लिए हैं? इनकी सही संख्या सारणी से आप कैसे ज्ञात करेंगे?

6. निम्नलिखित चित्रालेख पाँच विभिन्न गाँवों में ट्रैक्टरों की संख्या को दर्शाता है—

इस चित्रालेख को देखिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

a. किस गाँव में न्यूनतम संख्या में ट्रैक्टर हैं?

b. किस गाँव में अधिकतम संख्या में ट्रैक्टर हैं?

c. गाँव B की तुलना में गाँव C में कितने ट्रैक्टर अधिक हैं?

d. कोमल कहती है, "गाँव D में ट्रैक्टरों की संख्या गाँव E के ट्रैक्टरों की संख्या की आधी है।" क्या वह सही है?

© NCERT not to be republished

7. किसी विद्यालय की प्रत्येक कक्षा में छात्राओं की संख्या एक चित्रालेख द्वारा दर्शाई गई है—

इस चित्रालेख को देखिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

a. किस कक्षा में छात्राओं की संख्या न्यूनतम है?

b. कक्षा 5 और 6 की छात्राओं की संख्याओं के बीच का अंतर कितना है?

c. यदि कक्षा 2 में, दो और छात्राओं को प्रवेश मिला, तो आलेख में किस प्रकार का परिवर्तन होगा?

d. कक्षा 7 में कितनी छात्राएँ हैं?

© NCERT not to be republished

8. मुधोल हाउंड (भारतीय कुत्तों की नस्ल का एक प्रकार) अधिकतर उत्तरी कर्नाटक के बागलकोट और विजयपुरा जिलों में पाए जाते हैं। सरकार ने इस नस्ल को बचाने के लिए एक पहल की है, जिसमें उन लोगों को सहायता प्रदान की जा रही है, जो इस प्रकार के कुत्तों को पालते हैं। इसी पहल के कारण, ऐसे कुत्तों की संख्या में वृद्धि हुई। कर्नाटक के 6 गाँवों में मुधोल कुत्तों की संख्याएँ इस प्रकार है—

   गाँव A–18, गाँव B–36, गाँव C–12, गाँव D–48, गाँव E–18, गाँव F–24

   उपरोक्त के लिए, एक चित्रालेख तैयार कीजिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

   a. इस चित्रालेख को बनाने के लिए, कौन-सा पैमाना या कुंजी उपयुक्त रहेगा?

   b. गाँव B के कुत्तों की संख्या को दर्शाने के लिए, आप कितने प्रतीकों का उपयोग करेंगे?

   c. कामिनी ने कहा कि गाँव B और गाँव D के कुत्तों की कुल संख्या अन्य 4 गाँवों की कुल संख्या से अधिक होगी। क्या वह सही है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

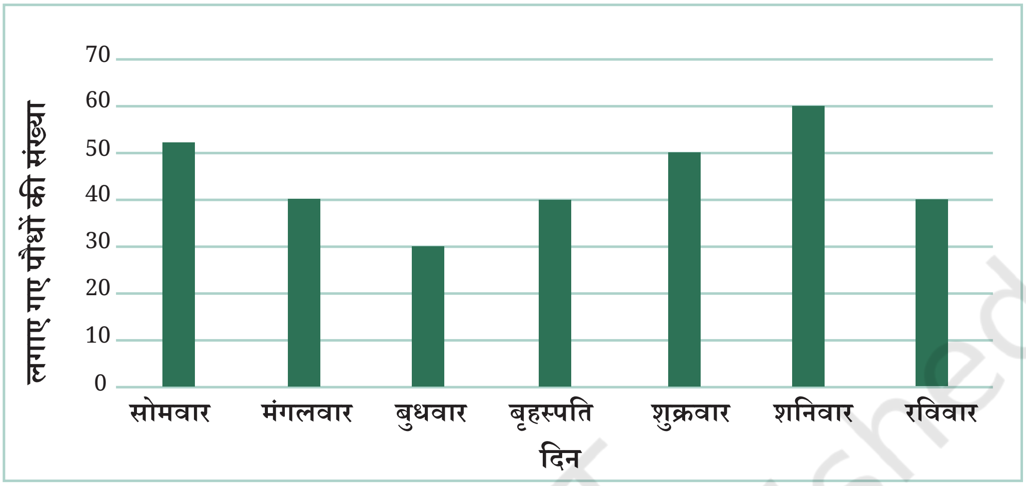
9. 120 विद्यालयी विद्यार्थियों का यह ज्ञात करने के लिए एक सर्वेक्षण किया गया कि अपने खाली समय में वे कौन-सा क्रियाकलाप करना पसंद करते हैं—

पसंदीदा क्रियाकलाप	विद्यार्थियों की संख्या
खेलना	45
कहानी की पुस्तकें पढ़ना	30
टीवी देखना	20
संगीत सुनना	10
पेंटिंग करना	15

   एक इकाई लंबाई = 5 विद्यार्थियों का स्केल (पैमाना) लेकर उपरोक्त आँकड़ों के लिए एक दंड आलेख खींचिए। खेलने के अतिरिक्त कौन-सा क्रियाकलाप सबसे अधिक विद्यार्थियों द्वारा पसंद किया गया है?

© NCERT not to be republished

10. एक प्राथमिक विद्यालय के विद्यार्थियों और अध्यापकों ने अपने विद्यालय के प्रांगण तथा अपने पास के एक गाँव में जुलाई के प्रथम सप्ताह में पौधे लगाने का निर्णय लिया। उनके द्वारा लगाए गए पौधों का विवरण नीचे दिए गए दंड आरेख में वर्णित है—



a. बुधवार और बृहस्पतिवार को लगाए गए पौधों की कुल संख्या __________ है।

b. पूरे सप्ताह के दौरान लगाए गए पौधों की कुल संख्या __________ है।

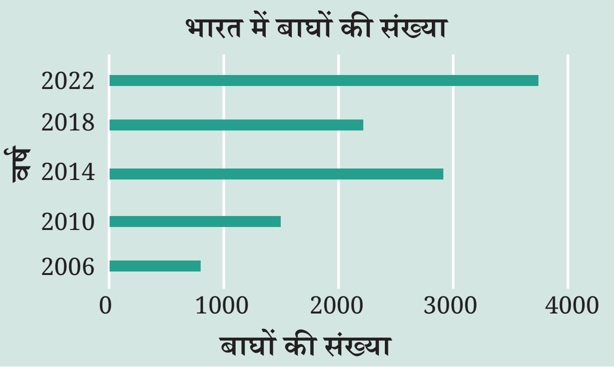
c. अधिकतम संख्या में पौधे____________ को लगाए गए तथा न्यूनतम संख्या में पौधे __________ को लगाए गए।

आपके अनुसार इस स्थिति का क्या कारण हो सकता है? सप्ताह के कुछ विशेष दिनों में अधिक पौधे क्यों लगाए गए तथा अन्य दिनों में कम पौधे क्यों लगाए गए? क्या आप इसके संभावित कारणों या उनके स्पष्टीकरण के विषय में कुछ सोच सकते हैं? आप किस प्रकार यह प्रयास करेंगे और पता लगाएँगे कि आपके स्पष्टीकरण सही हैं?

11. भारत में बाघों (टाइगर्स) की संख्या 1900 से 1970 के बीच काफी कम हो गई। भारत में बाघों के बचाव के लिए 1973 में 'प्रोजेक्ट टाइगर' प्रारंभ किया गया। 2006 से प्रारंभ करते हुए, भारत में बाघों की यथार्थ संख्याएँ ज्ञात होना प्रारंभ हो गया। शगुफ्ता और दिव्या ने भारत में 2006 और 2022 के बीच बाघों की संख्याओं के विषय में उपलब्ध सूचनाओं की जानकारी प्राप्त की। सूचनाओं को प्रत्येक चार वर्ष के अंतराल के बाद अंकित किया। उन्होंने इन आँकड़ों के लिए एक बारंबारता वितरण सारणी बनाई तथा इन आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए एक दंड आलेख बनाया, परंतु इस आलेख में कुछ गलतियाँ हो गई हैं। क्या आप इन गलतियों का पता लगा सकते हैं तथा इन्हें ठीक कर सकते हैं?

© NCERT not to be republished

वर्ष	बाघों की संख्या (लगभग)
2006	1400
2010	1700
2014	2200
2018	3000
2022	3700



- चित्रालेख की ही तरह, दंड आलेख भी आँकड़ों को दर्शाने की सुंदर चित्रीय विधि है। ये समान दूरस्थ दंडों के माध्यम से आँकड़ों को दर्शाते हैं, जिनकी चौड़ाई एक समान होती है। इन दंडों की लंबाइयाँ या ऊँचाइयाँ विभिन्न श्रेणियों की बारंबारताएँ होती हैं।
- प्रत्येक श्रेणी को एक दंड द्वारा दर्शाया जाता है, जिसकी लंबाई या ऊँचाई संगत बारंबारता (उदाहरणत: व्यय) या राशि (उदाहरणत: रन) को प्रदर्शित करती है।
- दंडों के बीच में समान दूरी यह इंगित करती है कि वे स्वतंत्र खड़े हैं तथा ये समान श्रेणियों को दर्शाते हैं।
- बारंबारता सारणी की तुलना में, दंड आलेख अधिक तेजी से आँकड़ों की व्याख्या करने में सहायक होते हैं। एक दंड आलेख को पढ़ने से, हम विभिन्न श्रेणियों (वर्गों) के आँकड़ों की एक ही दृष्टि में तुलना कर सकते हैं।
- दंड आलेख के लिए, उसके आँकड़ों में सम्मिलित न्यूनतम और अधिकतम मूल्यों को देखते हुए पैमाने का चयन करना चाहिए (उदाहरणत:— 1 इकाई लंबाई = 1 विद्यार्थी अथवा 1 इकाई लंबाई = ₹ 200) जिससे परिणामत: प्राप्त दंड आलेख कागज या पोस्टर पर ठीक से प्रदर्शित हो सके और देखने योग्य हो। पैमाने के अनुसार इकाई लंबाइयों का चिह्निकरण शून्य से प्रारंभ होना चाहिए।

अध्यापक टिप्पणी

आँकड़ा प्रबंधन के अधिगम (learning) का मुख्य बिंदु यह है कि आँकड़ों का प्रबंधन कैसे किया जाए, जिससे विद्यार्थी किसी परिकल्पना की जाँच करने या विशिष्ट निर्णय लेने के लिए, एक विशिष्ट प्रश्न या जाँच के उत्तरों को ज्ञात करने में समर्थ हो जाएँ। इसी बिंदु को आँकड़ों के संग्रह, संगठन और विश्लेषण के अभ्यास अवसरों को प्रदान करते समय ध्यान रखा जाना चाहिए।

© NCERT not to be republished

4.5 कलात्मक और सौंदर्यात्मक विचार

पिछले अनुच्छेद में वर्णन किए गए चरणों के अतिरिक्त, आँकड़ों को चित्रीय रूप में दर्शाने के लिए कुछ अन्य अधिक कलात्मक और सौंदर्यात्मक पहलुओं पर विचार किया जा सकता है, जिससे वे अधिक प्रभावशाली बन जाएँ। जब आँकड़ों को दृश्य के रूप में प्रदर्शित करने के लिए दंड आलेख, चित्रालेख आदि का प्रयोग किया जाता है तब यह ध्यान रखना महत्वपूर्ण है कि इन आँकड़ों को इच्छित स्थान पर उचित प्रकार से रखा जाए। उदाहरणार्थ, जैसा कि हम पहले देख चुके हैं कि यह कार्य उपयुक्त पैमाना चुनकर किया जा सकता है। यह भी वाँछनीय है कि आँकड़े दिखने में आकर्षक और सरलता से समझने योग्य हो, जिससे उसे देखने वाला उससे दी जाने वाली सूचना को आसानी से समझ सके।

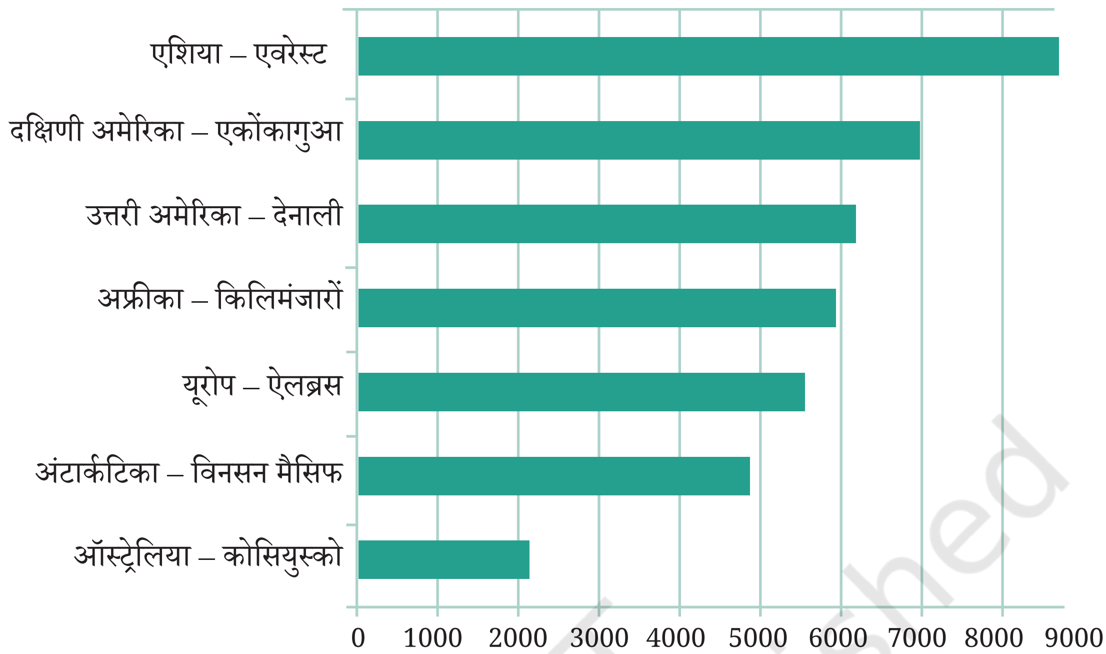
आइए, एक उदाहरण पर विचार करें। यहाँ एक सारणी दी जा रही है, जिसमें प्रत्येक महाद्वीप के सबसे ऊँचे पर्वत के नाम के साथ उसकी संगत ऊँचाई मीटर में दी गई हैं—

महाद्वीप	एशिया	दक्षिणी अमेरिका	उत्तरी अमेरिका	अफ्रीका	यूरोप	अंटार्कटिका	ऑस्ट्रेलिया
सबसे ऊँचे पर्वत	एवरेस्ट	एकोंकागुआ	देनाली	किलिमंजारो	ऐलब्रस	विनसन मैसिफ	कोसियुस्को
ऊँचाई	8848 मी	6962 मी	6194 मी	5895 मी	5642 मी	4892 मी	2228 मी

माउंट एवरेस्ट, माउंट कोसियुस्को से कितना ऊँचा है? क्या माउंट देनाली और माउंट किलिमंजारों की ऊँचाइयों में बहुत अधिक अंतर है? इन तथ्यों को संख्याओं की सारणी से देखना इतना सरल नहीं है।

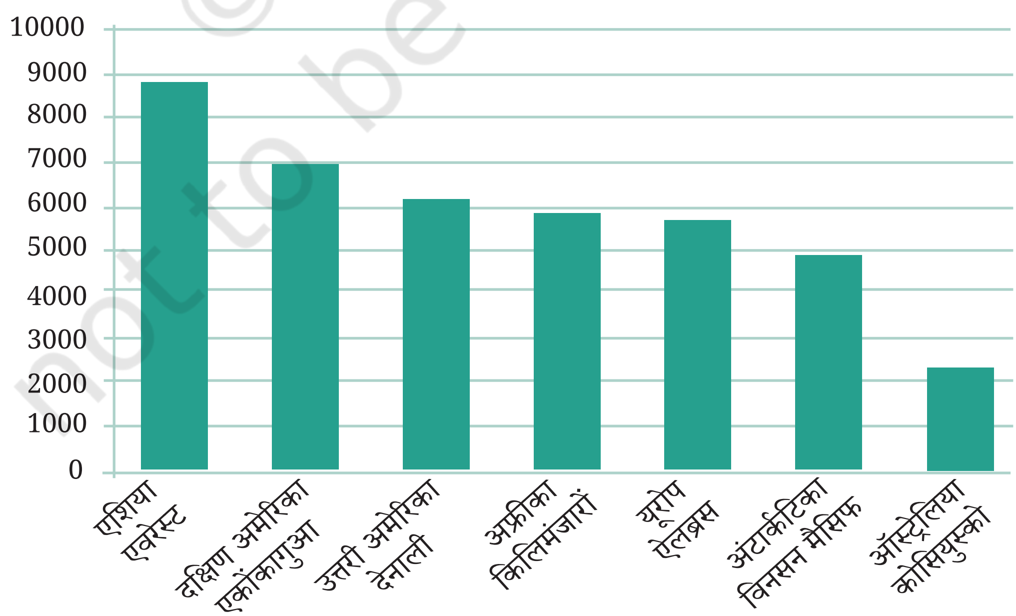
जैसा कि हम पहले देख चुके हैं, हम संख्याओं की इस सारणी को एक दंड आलेख के रूप में भी दर्शा सकते हैं, जैसा कि पृष्ठ संख्या 102 पर दर्शाया गया है। यहाँ प्रत्येक मान को एक क्षैतिज दंड के रूप प्रदर्शित किया गया है। ये स्वयं के द्वारा निरूपित संख्याओं के अनुसार लंबे या छोटे हैं। इनसे एक ही दृष्टि में इन पर्वतों की ऊँचाइयों की तुलना करना सरल हो जाता है।

© NCERT not to be republished



ये दंड ऊचाइयाँ दर्शाते हैं। अत: इस चित्र को इस प्रकार घुमाया जाए कि ये दंड पर्वत ऊर्ध्वाधर हो जाएँ। इस तरह ये दंड पर्वत अधिक ध्यानर्किषत एवं समझने में सरल होंगे। ऊर्ध्वाधर दंडों वाला दंड आलेख, स्तंभ आलेख (कॉलम ग्राफ) भी कहलाता है। स्तंभ में खंभे (पिर्लस) हैं जिन्हें आप किसी भवन में छत को टिकाए रखते हुए देख सकते हैं।

नीचे इन ऊँचे पर्वतों की सारणी के लिए एक स्तंभ आलेख दिया गया है। इस स्तंभ आलेख से, इन पर्वतों की ऊँचाइयों की तुलना करना तथा इनका चित्रण करना सरल हो जाता है।



© NCERT not to be republished

सामान्यत: आँकड़ों को चित्रीय रूप में दर्शाना अधिक सहज एवं विचारोत्तेजक है, जिन ऊँचाइयों को भूमि तल से ऊपर की ओर मापा जाता है उन्हें ऊर्ध्वाधर दंडों या स्तंभों द्वारा दर्शाना अधिक उपयुक्त है। इसी प्रकार, वे लंबाइयाँ जो भूमि के समांतर हैं (उदाहरण— पृथ्वी पर किन्हीं स्थानों के मध्य दूरियाँ), उन्हें प्राय: क्षैतिज दंडों वाले दंड आलेखों से दर्शाना अधिक उपयुक्त है।

आइए, पता लगाएँ

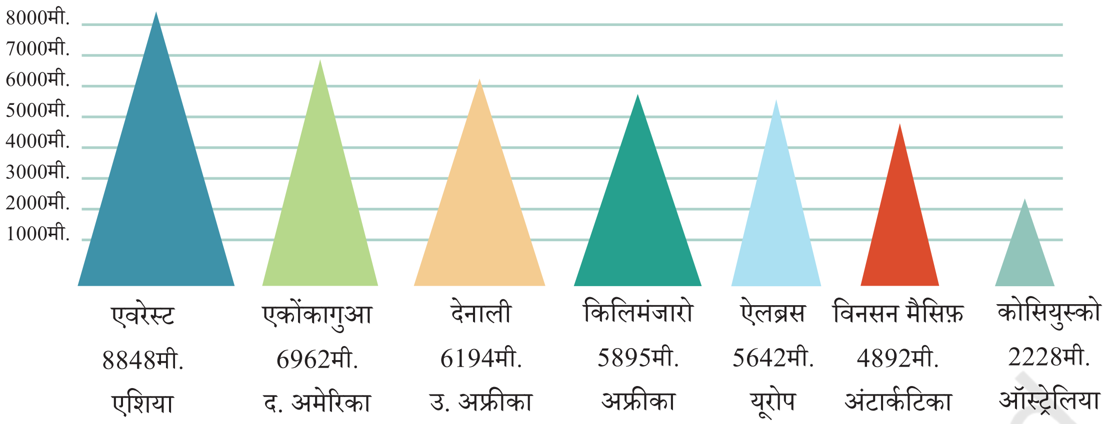
1. यदि आप अपने विद्यालय की प्रत्येक कक्षा के सबसे लंबे बच्चों की लंबाइयों के आँकड़ों को चित्रीय रूप से दर्शाना चाहते हैं, तो क्या आप क्षैतिज दंडों वाले आलेख का उपयोग करना चाहेंगे या ऊर्ध्वाधर दंडों वाले आलेख का? क्यों?
2. यदि आप प्रत्येक महाद्वीप में सबसे लंबी नदियों और उनकी लंबाइयों की एक सारणी बना रहे हैं, तो आप ऊर्ध्वाधर दंडों वाले या क्षैतिज दंडों वाले दंड आलेख में से किस को प्राथमिकता देंगे? क्यों? इस सूचना को प्राप्त करने का प्रयास कीजिए तथा फिर संगत सारणी और दंड आलेख बनाइए। किस महाद्वीप में सबसे लंबी नदियाँ हैं?

इन्फोग्राफिक्स

जब दंड आलेखों जैसे आँकड़ों के चित्रीयकरणों को अधिक विस्तृत कलात्मक और चित्रीयकल्पना के साथ और अधिक सुंदर बना दिया जाता है, तो ये सूचना ग्राफिक्स **(Information graphics)** या संक्षेप में **इन्फोग्राफिक्स (Infographics)** कहलाती है। इन्फोग्राफिक्स का उद्देश्य आकर्षक दृश्यों का उपयोग करके सूचना को और अधिक स्पष्ट और शीघ्रता से, आकर्षक तरीके से संप्रेषित करना है।

उदाहरण के रूप में उपर्युक्त उल्लेखित प्रत्येक महाद्वीप के सबसे ऊँचे पर्वतों की सूची को देखते हैं। हमने पर्वतों को और अधिक सूचनीय बनाने के लिए क्षैतिज के स्थान पर ऊर्ध्वाधर दंडों का प्रयोग किया। परंतु हम आयत के स्थान पर त्रिभुज का प्रयोग कर सकते हैं, जो कि पर्वत के समान दिखाई देते है। साथ ही हम इसमें रंगों का भी संयोजन कर सकते हैं। उदाहरणार्थ—

© NCERT not to be republished



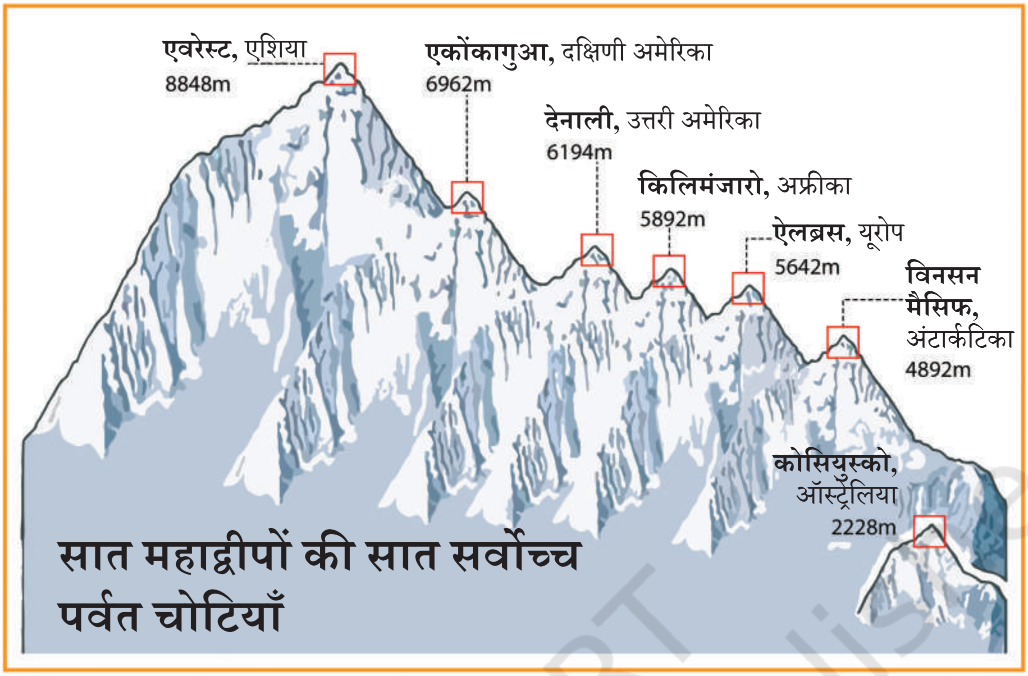
यह इन्फोग्राफिक प्रथम दृष्टि में अधिक आकर्षक और सुझावित दिखाई देता प्रतीत हो सकता है, वहीं इसमें कुछ कठिनाइयाँ भी होती हैं। पहले दंड आलेख का हमारा लक्ष्य विभिन्न पर्वतों की ऊँचाइयों को उपयुक्त ऊँचाइयों के दंडों के माध्यम से दर्शाया है, परंतु इन दंडों की चौड़ाइयाँ समान होनी चाहिए। समान चौड़ाईयों का उपयोग करने का उद्देश्य केवल यह स्पष्ट करना था कि हम केवल ऊँचाइयों की तुलना कर रहे है। परंतु इस इन्फोग्राफिक में ऊँचे त्रिभुज चौड़े भी अधिक हैं। क्या ऊँचे पर्वत सदैव चौड़े होते हैं? यह इन्फोग्राफिक एक अतिरिक्त सूचना भी दे रहा है, जो भ्रामक हो सकती है या गलत भी हो सकती है। अकस्मात् कभी-कभी अधिक आकर्षक चित्र सूचना के स्तर पर भ्रामक भी कर सकते हैं।

इस विचार को और आगे बढ़ाते हुए तथा आलेख को चित्रीय रूप से और अधिक उत्प्रेरक और सांकेतिक बनाने के लिए, हम इन पर्वतों के आकारों में और अधिक परिवर्तन कर सकते हैं, ताकि वे और पर्वतों जैसे दिखें इसके साथ ही ऊँचाइयों को वही रखते हुए अन्य विवरण भी जोड़ सकते हैं। उदाहरणत: हम एक काल्पनिक पर्वत-शृंखला की रचना कर सकते हैं, जिसमें ये सभी पर्वत सम्मिलित हों।

क्या अगले पृष्ठ पर दिया गया इन्फोग्राफिक समान चौड़ाई वाले आयताकार स्तंभों वाले दंड आलेख से उत्तम है? ये पर्वत अधिक वास्तविक प्रतीत होते हैं, परंतु क्या यह चित्र सही है?

उदाहरणार्थ— एवरेस्ट, ऐलब्रस की तुलना में दुगुना लंबा प्रतीत होता है।

© NCERT not to be republished



5642 × 2 क्या है?

आँकड़ों को दृश्य रूप से आकर्षक रूप में प्रस्तुत करते हुए, हमें सावधान रहना चाहिए कि जो चित्र हम प्रदर्शित कर रहे हैं, कहीं वे हमें तथ्यों के विषय में गलत जानकारी तो प्रदान नहीं कर रहे हैं।

सामान्यत:, इन्फोग्राफिक्स को बनाते या पढ़ते समय सावधानी रखना महत्वपूर्ण है, ताकि हम अपने वाँछित श्रोताओं को भ्रमित नहीं करें और न ही स्वयं भ्रमित हों।

सारांश

- तथ्यों, संख्याओं, मापनों, प्रेक्षणों या वस्तुओं के अन्य विवरण जो उन वस्तुओं के बारे में सूचना प्रदान करते हैं, **आँकड़े** कहलाते हैं।
- सरलतम रूप से विश्लेषण और व्याख्या करने के लिए, आँकड़ों को मिलान चिह्नों का उपयोग करके एक सारणीबद्ध रूप में संगठित किया जा सकता है।
- विशिष्ट मान, मापन अथवा प्रेक्षण जितनी बार प्रकट होते हैं, वह संख्या उनकी **बारंबारता** कहलाती है।

© NCERT not to be republished

- **चित्रालेख** आँकडों को चित्रों/वस्तुओं या वस्तुओं के भागों के रूप में दर्शाते हैं। प्रत्येक चित्र एक बारंबारता को दर्शाता है, जो 1 या 1 से अधिक हो सकती है। इसी को चित्रालेख का **पैमाना** या **स्केल** कहा जाता है तथा इसे अवश्य ही निर्दिष्ट किया जाना चाहिए।
- **दंड आलेखों** में समान चौड़ाई के दंड होते हैं, जिनमें लंबाई या ऊँचाई उनके प्रकट होने की बारंबारता सूचित की जाती है। लंबाई या ऊँचाई को बारंबारता में बदलने वाले **स्केल** को पुनः निर्दिष्ट किया जाना चाहिए।
- आँकड़ों के विषय में सही और प्रभावी वाँछित सूचनाएँ देने के लिए तथा आलेख को चित्रीय रूप से आकर्षक बनाने के लिए, चित्रालेख या दंड आलेख के लिए एक उपयुक्त पैमाना चुनना महत्वपूर्ण है।
- एक आलेख के अन्य पहलू भी उसके प्रभावीकरण और चित्रीय आकर्षण में योगदान प्रदान करते हैं, जैसे कि किस प्रकार रंगों का उपयोग किया गया है, साथ में कौन-कौन से चित्र खींचे गए हैं तथा यह कि क्या दंड क्षैतिज हैं या उर्ध्वाधर है। ये पहलू आँकड़ा प्रबंधन प्रस्तुतिकरण के कलात्मक और सौंदर्यात्मक पक्षों के संगत हैं।
- यद्यपि, आँकडों के चित्रीय प्रस्तुतिकरण को अधिक आकर्षक या फैंसी (fancy) बनाना कभी-कभी भ्रामक होकर गलत धारणा पर पहुँचा सकता है।
- चित्रालेखों और दंड आलेखों को सही पढ़ने से, हम प्रस्तुत आँकड़ों को तुरंत ही समझ सकते हैं तथा उनके विषय में निष्कर्ष निकाल सकते हैं।

© NCERT not to be republished