NCERT Solutions for Class 11 Economics Statistics for Economics Chapter 6 Measures of Dispersion

प्रश्न अभ्यास
(पाठ्यपुस्तक से)

प्र.1. 'किसी बारंबारता वितरण के समझने में परिक्षेपण का माप केंद्रीय मान का एक अच्छा संपूरक है', टिप्पणी करें।
उत्तर केंद्रीय प्रवृत्ति के माप यह नहीं दर्शाते कि एक श्रृंखला की विभिन्न मदों में औसत से कितनी दूरी है। इस तथ्य का अध्ययन करने के लिए हमें परिक्षेपण अथवा विचरणशीलता अथवा बिखराव के विषय में पूर्ण जानकारी प्राप्त करना आवश्यक है। परिक्षेपण का मान यह दर्शाता है कि एक श्रृंखला का मान एक औसत मूल्य के कितना नजदीक है या उससे कितना दूर है।

औसत मूल्य एक ऐसा मूल्य होता है जो पूरी श्रृंखला का प्रतिनिधित्व करता है परंतु विभिन्न मदों में एक दूसरे से और औसत से विभिन्न होने की प्रवृत्ति पाई जाती है, परिक्षेपण इनके अंतर के विस्तार को मापता है। अन्य शब्दों में परिक्षेपण विभिन्न मदों तथा केंद्रीय बिखराव के विस्तार को मापता है। अतः औसत एवं परिक्षेपण एक दूसरे के पूरक हैं। इसे एक उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है। नीचे तीन श्रृंखलाएँ दी गई हैं

समूह (क)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	कुल	50
समूह (ख)	5	5	5	5	10	10	1	2	3	2	कुल	50
समूह (ग)	0	0	0	10	10	10	0	0	10	10	कुल	50

तीनों समूहों का औसत 5 है (50/10) परंतु समूह (क) में परिक्षेपण शून्य है, समूह (ख) में, परिक्षेपण कम है परंतु समूह (ग) के आँकड़ों का बिखराव वे विचरणशीलता बहुत अधिक है। अत: औसत श्रृंखला के वर्णन लिए अकेले पर्याप्त नहीं हैं।

प्र.2. परिक्षेपण का कौन-सा माप सर्वोत्तम है और कैसे?
उत्तर मानक विचलन या विचरण गुणांक परिक्षेपण का सर्वोत्तम माप है क्योंकि :

(क) यह सर्वाधिक स्पष्ट रूप से परिभाषित है तथा इस पर निर्भर किया जा सकता है।
(ख) इसका बीजगणितीय विवेचन संभव है, इससे मानक विचलन गुणांक, विचरण गुणांक, सामूहिक मानक विचलन आदि की गणना की जा सकती है जो विचरणशीलता मापने में सर्वाधिक प्रयोग किये जाते हैं।
(ग) माध्य विचलन, चतुर्थक विचलन, परास किसी भी दो श्रृंखलाओं से सामूहिक रूप से नहीं निकाला जा सकता परंतु सामूहिक मानक विचलन की गणना संभव है।
(घ) यह सभी मदों पर आधारित होता है इसीलिये यह अधिक विश्वसनीय है।
(ङ) सभी विधियों की मानक त्रुटि भी मानक विचलन से प्राप्त होती है।
(च) माध्य से प्राप्त विचलनों के वर्गों का योग न्यूनतम होता है, अतः यह सर्वोत्तम माप है।
(छ) विचरणशीलता या स्थिरता को मापने के लिए माध्य विचलन, चतुर्थक विचलन या परास की तुलना में विचरण गुणांक सर्वोत्तम प्रयोग में आता है।
(ज) यह समांतर माध्य पर आधारित है, अतः इसमें उसके सभी गुण हैं।
(झ) यदि $\bar{X}$ और मानक विचलन ज्ञात हो तो हम मदों की संख्या का जोड़ तथा उनके वर्गों को जोड़ भी ज्ञात कर सकते है।

प्र.3. परिक्षेपण के कुछ माप मानों के प्रसरण पर निर्भर करते हैं, लेकिन कुछ केंद्रीय मान से मानों के विचरण के आधार पर परिकलित किए जाते हैं। क्या आप सहमत हैं?
उत्तर परिक्षेपण के चार मुख्य माप हैं।

इनमें से, परास और चतुर्थक विचलन मानों के प्रसरण पर निर्भर करते हैं और इसीलिये परिक्षेपण के स्थैतिक माप कहलाते हैं। दूसरी ओर, माध्य विचलन और मानक विचलन केंद्रीय मान के मानों के विचरण के आधार पर परिकलित किये जाते हैं। एक और विधि है लारेंज वक्र जो परिक्षेपण को आरेखीय रूप से मापने की विधि है।

सापेक्ष माप	निरपेक्ष माप
परास	परास गुणांक
चतुर्थक विचलन	चतुर्थक विचलन गुणांक
माध्य विचलन	माध्य विचलन गुणांक
मानक विचलन	विचरण गुणांक

प्र.4. एक कस्बे में 25% लोग रुपये 45,000 से अधिक आय अर्जित करते हैं जबकि 75% लोग 18,000 से अधिक आय अर्जित करते हैं। परिक्षेपण के निरपेक्ष और सापेक्ष मानों का परिकलन कीजिए।
उत्तर

$$Q_1 = 18{,}000$$
$$Q_3 = 45{,}000$$

इसीलिए, $$\text{चतुर्थक विचलन} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{45000 - 18000}{2} = 27000/2 = 13500$$

$$\text{चतुर्थक विचलन गुणांक} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{45000 - 18000}{45000 + 18000} = 27000/63000 = 0.50$$

प्र.5. एक राज्य के 10 जिलो की प्रति एकड़ गेहूँ और चावल की उपज निम्नवत् है:

जिला	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
गेहूँ	12	10	15	19	21	16	18	9	25	10
चावल	22	29	12	23	18	15	12	34	18	12

प्रत्येक फसल के लिए परिकलन करें।

(क) परास
(ख) चतुर्थक विचलन
(ग) माध्य से माध्य विचलन
(घ) मध्यिका से माध्य विचलन
(ङ) मानक विचलन
(च) किस फसल में अधिक विचरण है?
(छ) प्रत्येक फसल के लिए विभिन्न मापों के मानों तुलना कीजिए।

उत्तर

गेहूँ

(क) परास $= L - S = 25 - 9 = 16$

(ख) चतुर्थक विचलन $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

10 12 15 16 18 19 21 25

$$Q_1 = \frac{N+1}{4} th \text{ item} = \frac{10+1}{4} th\ item = 2.75^{th} \text{ item}$$

क्योंकि 2 और 3 मद बराबर हैं इसीलिए, $Q_1 = 10$

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} th \text{ item} = 7.25^{th} \text{ item} = 18 + (19\text{-}18) \times 0.75 = 18.75$$

$$\text{चतुर्थक विचलन} = \frac{18.75 - 10}{2} = \frac{8.75}{2} = 4.375$$

(ग) माध्य से M.D. a

X	$\lvert X - \text{Mean} \rvert = D$	D^2
9	6.5	42.25
10	5.5	30.25
10	5.5	30.25
12	3.5	12.25
15	0.5	0.25
16	0.5	0.25
18	2.5	6.25
19	3.5	12.25
21	5.5	30.25
25	9.5	90.25
कुल	$\Sigma D = 43$	$\Sigma D^2 = 354.5$

$$\text{माध्य} = \frac{\sum X}{N} = \frac{155}{10} = 15.5$$

$$\text{M.D.} = \frac{\sum \lvert D \rvert}{N}$$

$$\text{M.D.} = 43/10 = 4.3$$

(घ) मध्यिका से माध्य विचलन

$$\text{मध्यिका} = \frac{N+1}{2} th \text{ item} = \frac{10+1}{2} th \text{item} = 5.5^{th} \text{ item}$$

$$\text{मध्यिका} = 15.5$$

क्योंकि माध्य और मध्यिका बराबर है इसीलिये, माध्य से माध्य विचलन और मध्यिका से माध्य विचलन भी बराबर होंगे।

(ङ) मानक विचलन $= \sqrt{\frac{\sum D^2}{N}} = \sqrt{\frac{354.5}{10}} = 5.43$

https://www.evidyarthi.in

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{S.D.}{Mean} \times 100 = \frac{5.43}{15.5} \times 100 = 29.45\%$$

चावल

$$\text{परास} = L - S$$

$$= 34.12 = 22$$

$$\text{चतुर्थक विचलन} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

12 12 12 15 18 18 22 23 29 34

$$Q_1 = \frac{N+1}{4} \text{ वें मद} = \frac{10+1}{4} \text{ वें मद} = 2.75 \text{ वें मद}$$

क्योंकि 2 और 3 मद बराबर है इसीलिए, $Q_1 = 12$

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} \text{ वें मद} = 7.25 \text{ वें मद} = 22 + (23\text{-}22) \times 0.75 = 22.75$$

$$\text{चतुर्थक विचलन} = \frac{22.75 - 12}{2} = \frac{10.75}{2} = 5.375$$

माध्य से M.D.

X	|X – Mean| = D	D^2
12	7.5	56.25

https://www.evidyarthi.in

12	7.5	56.25
12	7.5	56.25
15	4.5	20.25
18	1.5	2.25
18	1.5	2.25
22	2.5	6.25
23	3.5	12.25
29	9.5	90.25
34	14.5	210.25
कुल	$\sum D = 60$	$\sum D^2 = 512.5$

$$\text{माध्य} = \frac{\sum X}{N} = \frac{195}{10} = 19.5$$

$$M.D. = \frac{\sum |D|}{N}$$

$$M.D. = 60/10 = 6$$

मध्यिका से माध्य विचलन

$$\text{मध्यिका} = \frac{N+1}{2} \text{ वें मद} = \frac{10+1}{2} \text{ मद} = 5.5 \text{ वें मद}$$

क्योंकि 5^{th} और 6^{th} मदें बराबर है अत:, 5.5^{th} मद = 18

मध्यिका = 18

X	12	12	12	15	18	18	22	23	29	34	कुल
|X – Median| = D	6	6	6	3	0	0	4	5	11	16	$\sum D = 57$

$$M.D. = \frac{\sum |D|}{N}$$

$$M.D. = 57/10 = 5.7$$

$$\text{मानक विचलन} = \sqrt{\frac{\sum D^2}{N}} = \sqrt{\frac{512.5}{10}} = 7.16$$

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{S.D.}{Mean} \times 100 = \frac{7.16}{19.5} \times 100 = 36.72\%$$

प्र.6. पूर्ववर्ती प्र०में, विचरण के सापेक्ष मापों को परिकलित कीजिए और वह मान बताइए जो आपके विचार से सर्वाधिक विश्वसनीय है

उत्तर

https://www.evidyarthi.in

$$\text{गेहूँ का विचरण गुणांक} = \frac{S.D.}{Mean} \times 100 = \frac{5.43}{15.5} \times 100 = 29.75\%$$

$$\text{चावल का विचरण गुणांक} = \frac{S.D.}{Mean} \times 100 = \frac{7.16}{19.5} \times 100 = 36.72\%$$

मेरे विचार में गेहूँ का उत्पादन अधिक विश्वसनीय है क्योंकि इसका विचरण गुणांक कम है।

प्र.7. किसी क्रिकेट टीम के लिए एक बल्लेबाज का चयन करना है। यह चयन x और 9 के बीच पाँच पूर्ववर्ती टेस्ट के स्कोर के आधार पर करना है जो निम्नवत् हैं।

x :	25	85	40	80	120
y :	50	70	65	45	80

किस बल्लेबाज को चुना जाना चाहिए।

(क) अधिक रन स्कोर करने वाले को, या
(ख) अधिक भरोसेमंद बल्लेबाज को।

उत्तर

X	I X – Mean I	X^2	Y	I Y – Mean I	Y^2
25	– 45	2025	50	– 12	144
85	+ 15	225	70	+ 8	64
40	– 30	900	65	+ 3	9
80	+ 10	100	45	– 17	289
120	+ 50	2500	80	+ 18	324
कुल $\Sigma X = 350$		$\Sigma X^2 = 5750$	$\Sigma Y = 310$		$\Sigma Y^2 = 830$

	बल्लेबाज x	बल्लेबाज y
माध्य	$\frac{\sum X}{N} - \frac{350}{5} = 70$	$\frac{\sum Y}{N} - \frac{310}{5} = 62$
मानक विचलन	$\sqrt{\frac{\sum X^2}{N}} = \sqrt{\frac{5750}{5}} = 33.91$	$\sqrt{\frac{\sum Y^2}{N}} - \sqrt{\frac{830}{5}} = 12.88$
विचलन गुणांक	$= \frac{S.D.}{Mean} \times 100$ $= \frac{33.9}{70} \times 100 = 48.44\%$	$= \frac{S.D.}{Mean} \times 100$ $= \frac{12.88}{62} \times 100 = 20.77\%$

https://www.evidyarthi.in

बल्लेबाज x का औसत स्कोर अधिक था जबकि बल्लेबाज ५ अधिक भरोसेमंद है। इसीलिये, हमें यह जानना होगा कि हमारे लिये क्या अधिक महत्त्वपूर्ण है-यदि स्थिरता अधिक महत्त्वपूर्ण है तो हमें बल्लेबाज Y का चयन करना चाहिए और यदि अधिक रन वाले की आवश्यकता है तो बल्लेबाज x का चयन करना चाहिए।

प्र.8. दो ब्रांडों के बल्बों की गुणवत्ता को जाँचने के लिए, ज्वलन अवधि घंटों में उनके जीवन काल को, प्रत्येक ब्रांड के 100 बल्बों के आधार पर निम्नानुसार अनुमानित किया गया है।

जीवन काल (घंटों में)	बल्बों की संख्या ब्रांड (क)	ब्रांड (ख)
0-50	15	2
50-100	20	8
100-150	18	60
150-200	25	25
200-250	22	5
कुल	100	100

(क) किस ब्रांड का जीवन काल अधिक है?
(ख) कौन सा ब्रांड अधिक भरोसेमंद है?
उत्तर

जीवन काल (घंटों में)	बल्बों की संख्या ब्रांड (क)	मध्य मूल्य	*FM*	*D*	D^2	FD^2
0-50	15	25	375	109.5	1149.75	17246.25
50-100	20	75	1500	59.5	3540.25	70805
100-150	18	125	2250	9.5	90.25	1624.5
150-200	25	175	4375	40.5	1640.25	41006.25
200-250	22	225	4950	90.5	8190.25	1100185.5
	100		$\Sigma FM = 13450$	309.5	14610.75	1230867.50

ब्रांड (ख)	मध्य मूल्य	FM	D	D^2	FD^2
2	25	50	111.5	12432.25	24864.5
8	75	600	61.5	3782.25	30258
60	125	7500	11.5	132.25	7935
25	175	4375	38.5	1482.25	37056.25
5	225	1125	88.5	7832.25	39161.25
100		$\Sigma FM = 13650$	311.5	25661.25	139275

	ब्रांड (क)	ब्रांड (ख)
माध्य	$= \frac{\sum X}{N}$ $= \frac{13450}{100} = 134.5$	$= \frac{\sum Y}{N}$ $= \frac{13650}{100} = 136.5$
मानक विचलन	$S = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fD}{\sum f}\right)^2}$ $S = \sqrt{\frac{1230867.50}{100} - \left(\frac{309.5}{100}\right)^2}$ $S = 68.8$	$S = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fD}{\sum f}\right)^2}$ $S = \sqrt{\frac{139275}{100} - \left(\frac{311.5}{100}\right)^2}$ $S = 37.32$
विचलन गुणांक	$= \frac{S.D.}{Mean} \times 100$ $= \frac{68.8}{134.5} \times 100 = 51.15\%$	$= \frac{S.D.}{Mean} \times 100$ $= \frac{37.32}{136.5} \times 100 = 27.34\%$

(क) ब्रांड (ख) के बल्बों की औसत आयु ब्रांड (क) की तुलना में अधिक है। इसीलिए, ब्रांड (ख) के बल्बों की जीवन काल ब्रांड (क) की तुलना में अधिक है।

(ख) क्योंकि ब्रांड B के बल्बों का विचरण गुणांक ब्रांड (क) की तुलना में कम है इसीलिए, ब्रांड (ख) ज्यादा भरोसेमंद और स्थिर है।

https://www.evidyarthi.in

प्र.9, एक कारखाने के 50 मजदूरों की औसत दैनिक मज़दूरी 200 रुपये तथा मानक विचलन 40 रुपये था। प्रत्येक मजदूर की मजदूरी में 20 रुपये की वृद्धि की गई। अब मज़दूरों की औसत दैनिक मजदूरी और मानक विचलन क्या है? क्या मज़दूरी में समानता आई है?

उत्तर नई औसत 240 होगी क्योंकि माध्य मूलों से स्वतंत्र नहीं है। बल्कि यह उसी संख्या से बढ़ती या घटती है जिससे शृंखला के सभी मूल्यों को बढ़ाया या घटाया गया हो। परंतु मानक विचलन मूलों से स्वतंत्र है इसीलिए, यह समान रहेगा।

परंतु विचरण गुणांक मानक विचलन को माध्य से भाग करके प्राप्त होता है जैसा कि मानक विचलन समान है जबकि माध्य बढ़ गई है, इसीलिए इसमें अधिक समानता आ जाएगी। इसे नीचे दर्शाया गया है:

नई $\sum X = 10000 + 1000 = 11000$

नई माध्य $= 11000/50 = 220$

नई मानक विचलन

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - \left(\frac{\sum X}{n}\right)^2}$$

सभी मजदूरी को रुपये 20 की बढ़ोतरी मिली है, इसीलिए,

$$\sum X^2 = (220)^2 \times 50 = 48400 \times 50 = 24,20,000$$

$$\text{मानक विचलन} = \sqrt{\frac{24,20,00}{50} - (220)^2}$$

$$S = \sqrt{48400 - 48400}$$

$$S = 0$$

क्योंकि $S = 0$, इसीलिए विचरण गुणांक = 0%

प्र.10. पूर्ववर्ती प्र०में यदि प्रत्येक मजदूर की मज़दूरी में 10% कि वृद्धि की जाये तो माध्य और मानक विचलन पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

उत्तर माध्य 10% बढ़ जाएगी क्योंकि माध्य मूलों से स्वतंत्र नहीं है परंतु मानक विचलन समान रहेगा क्योंकि मूलों से स्वतंत्र है।

नई माध्य = 200 + 10% of 200 = 200 + 20 = 220 मानक विचलन समान होगा।

प्र.11. निम्नलिखित वितरण के लिए, माध्य से माध्य विचलन और मानक विचलन का परिकलन कीजिए।

वर्ग	20-40	40-80	80-100	100-120	120-140
बारंबारता	3	6	20	12	9

उत्तर

वर्ग	बारंबारता	मध्य मूल्य	|X – Mean| = D	FD	d	d^2	Fd	Fd^2
20-40	3	30	59.4	178.2	−60	3600	−180	7200

https://www.evidyarthi.in

40-80	6	60	29.4	176.4	−30	900	−180	5400
80-100	20	90	0.6	12	0	0	0	0
100-120	12	110	20.6	247.2	+20	400	240	4800
120-140	9	130	40.6	365.4	+40	1600	360	14400
कुल	50			979.2	−30	6500	240	31800

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

माध्य = 90-30/50 = 89.4

माध्य से माध्य विचलन = 979.2/50 = 19.584

$$S = \sqrt{\frac{\sum fD^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fD}{\sum f}\right)^2} \qquad = \sqrt{\frac{31800}{50} - \left(\frac{240}{50}\right)^2}$$

$$S = \sqrt{636 - 23.04} \qquad = \sqrt{612.96}$$

$$S = 24.75$$

प्र.12. 10 मानों का योग 100 है और उनके वर्गों का योग 1090 है। विचरण गुणांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर

$$\sum X = 100$$

$$N = 10$$

$$\sum X^2 = 1090$$

मानक विचलन $= \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$

मानक विचलन $= \sqrt{\frac{1090}{10} - \left(\frac{100}{10}\right)^2}$

मानक विचलन $= \sqrt{109 - 100}$

मानक विचलन $= \sqrt{9}$

मानक विचलन ± 3

माध्य $= \frac{\sum X}{N} = \frac{100}{10}$

माध्य = 10

विचरण गुणांक $= \frac{S.D.}{Mean} \times 100 = \frac{3}{10} \times 100 = 30\%$

https://www.evidyarthi.in

eVidyarthi

https://www.evidyarthi.in