राशियों की तुलना

[COMPARING QUANTITY]

B6XPVG

07

जब हम एक जैसी दो राशियों की तुलना के बारे में बात करते हैं तो हमारे सामने सबसे पहले अनुपात और समानुपात के उदाहरण आते हैं। अनुपात क्या है? क्या समानुपात, अनुपात से अलग है? इन्हें समझने के लिए आइए कुछ उदाहरण देखते हैं।

कक्षा के सभी बच्चे अपने बालिश्त (बित्ता) से अपनी एड़ी से घुटने तक की लम्बाई नाप रहे थे।

नीलम – मेरी एड़ी से घुटने तक की लम्बाई तो 2 बालिश्त 4 अंगुल है।

किरण – मेरी भी यह लम्बाई 2 बालिश्त 4 अंगुल है।

फिर एक–एक करके सभी बच्चे कहने लगे हमारी भी एड़ी से घुटने तक की लम्बाई 2 बालिश्त 4 अंगुल है।

आप भी अपनी बालिश्त से अपनी एड़ी से घुटने तक की लम्बाई नापिए।

क्या हम कह सकते हैं कि बालिश्त की लम्बाई और एड़ी से घुटने तक की लम्बाई का अनुपात निश्चित है?

एक और नपाई

फिर माही ने कहा अब हम हाथ की लम्बाई (कंधे से कलाई तक) बालिश्त से नाप कर देखते हैं।

सौरभ – यह लम्बाई भी तो 2 बालिश्त 4 अंगुल है।

माही – मेरी भी यही आई।

सभी बच्चों की कंधे से कलाई तक की नाप 2 बालिश्त 4 अंगुल आई।

आप भी नाप कर देखें। हम कह सकते हैं कि बालिश्त की लम्बाई और हाथ की लम्बाई का अनुपात भी निश्चित है।

हम यह भी देखते हैं कि बालिश्त व एड़ी से घुटने तक की लम्बाई का अनुपात और बालिश्त व कलाई से कंधे तक की लम्बाई का अनुपात समान है, हम इन्हें समानुपाती कहेंगे।

यह भी देखें

इसी प्रकार यदि एक बैग में 3 काली व 9 सफेद गेंदें हैं तो हम कह सकते हैं कि–

1. काली गेंदों की संख्या, सफेद गेंदों की संख्या की एक तिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$ है।

2. सफेद गेंदों की संख्या काली गेंदों की संख्या की तिगुनी हैं।

काली गेंदें	:	सफेद गेंदें
3	:	9
1	:	3

इसी प्रकार यदि केले के पौधे की ऊँचाई 20 सेमी. व आम के पौधे की ऊँचाई 60 सेमी. हो तो उनका अनुपात होगा–

केले के पौधे की ऊँचाई	:	आम के पौधे की ऊँचाई
20	:	60
1	:	3

यह वही अनुपात है जो काली गेंदों व सफेद गेंदों के बीच का था। अतः यह **समानुपाती** है।

सोचें एवं चर्चा करें

अपने आस–पास से कोई 5 उदाहरण बताइए जहाँ वस्तुओं की संख्याओं के निश्चित अनुपात या समानुपात मिलते हों।

रेहाना कक्षा आठवीं और फरीदा कक्षा नवीं में पढ़ती हैं। दोनों को आज अपनी–अपनी कक्षा में गणित विषय का परिणाम बताया गया है। रेहाना और फरीदा ने घर जाकर अपनी मम्मी को अपना–अपना परिणाम बताया।

रेहाना : मम्मी मुझे गणित में 100 में से 80 अंक प्राप्त हुए हैं।

मम्मी : अच्छा! और फरीदा तुम्हें?

फरीदा : मुझे 150 में से 110 अंक प्राप्त हुए हैं।

रेहाना : अरे! दीदी का परिणाम तो मुझसे भी अच्छा है।

मम्मी : कैसे?

रेहाना : दीदी को मुझसे ज्यादा अंक प्राप्त हुए हैं, इसलिए दीदी का परिणाम मुझसे अच्छा है।

फरीदा : अरे हाँ! मुझे तो 110 अंक प्राप्त हुए हैं और रेहाना को तो 80 अंक ही मिले हैं।

मम्मी : लेकिन फरीदा, रेहाना को तो 100 में से 80 अंक मिले हैं और तुम्हें तो 150 में से 110 अंक मिले हैं, तो तुमने यह कैसे पता लगाया कि तुम्हारा परिणाम रेहाना से ज्यादा अच्छा है?

फरीदा : मम्मी, मैंने ऐसे किया।

रेहाना को मिले – 80 अंक

और मुझे मिले – 110 अंक

फिर मैंने 110 में से 80 को घटाया।

110 – 80 = 30

तो मुझे रेहाना से 30 अंक अधिक मिले हैं, इसलिए मेरा परिणाम रेहाना से अच्छा है।

मम्मी : लेकिन तुम दोनों के पूर्णांक तो अलग–अलग हैं, इसलिए हम यह नहीं कह सकते कि किसका परिणाम अच्छा है। जो–जो अंक मिले हैं उन्हें हम कुल अंकों के अनुपात में देखें तो कह सकते हैं–

रेहाना को अंक मिले– $\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ और

फरीदा को अंक मिले– $\frac{110}{150} = \frac{11}{15}$

अब हम दोनों की तुलना करने के लिए हर को समान करेंगे तो

रेहाना के अंक– $\frac{4}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{12}{15}$ यानी 15 में से 12

फरीदा के अंक– $\frac{11}{15}$ यानी 15 में से 11

चूंकि $\frac{12}{15} > \frac{11}{15}$ तो रेहाना का परिणाम ज्यादा अच्छा है।

फरीदा : क्या इसे किसी और तरीके से भी कर सकते हैं?

मम्मी : हाँ! इसे हम प्रतिशत के द्वारा भी कर सकते हैं।

प्रतिशत क्या है?

प्रतिशत राशियों की तुलना का एक अलग तरीका है। जब हम प्रतिशत (%) के आधार पर तुलना करते हैं तो कुल राशि को सौ मान लेते हैं।

जैसे एक बैग में 12 गेंद में से 3 काली व 9 सफेद है तो काली गेंद का प्रतिशत

$$\frac{3}{12} \times 100 = 25\%$$

सफेद गेंद का प्रतिशत $\frac{9}{12} \times 100 = 75\%$

तो हम कह सकते हैं कि बैग में 25% काली व 75% सफेद गेंदें हैं।

प्रतिशत का अर्थ प्रति सौ से है, इसे '%' चिह्न से प्रदर्शित करते हैं।

सोचें एवं चर्चा करें

निम्नलिखित उदाहरणों को ध्यान से देखिए और चर्चा कीजिए कि प्रत्येक के लिए अनुपात एवं प्रतिशत में कौन–सी विधि अधिक उपयुक्त है?

1. इडली के मिश्रण में होता है–

$\frac{1}{3}$ उड़द की दाल $\frac{2}{3}$ चावल	33.3% उड़द की दाल 66.6% चावल

2. कक्षा में बच्चों की संख्या है–

लड़कियाँ : लड़के 3 : 2	60% लड़कियाँ 40% लड़के

प्रतिशत का अनुप्रयोग (Application of Percentage)

बट्टा

दीपक को अपने स्कूल के लिए कुछ सामान खरीदना हैं।

वह बाजार गया। उसने देखा कि स्टेशनरी की दुकान के बाहर लिखा हुआ था, प्रत्येक वस्तु की खरीद पर 6 प्रतिशत की छूट।

दीपक ने उस दुकान से एक पैकेट पैंसिल का खरीदा और दुकानदार से पूछा कि इस एक पैकेट के कितने रुपये हुए?

दुकानदार : यह 50 रुपये का है लेकिन 6% की छूट होने के कारण तुम्हें 47 रुपये देने होंगे।

दीपक : अच्छा! यह कैसे पता लगाया?

दुकानदार : छूट या बट्टा वस्तु के निर्धारित मूल्य (अंकित मूल्य) पर होता है इसलिए छूट की राशि को उससे घटाकर वस्तु बेचते हैं जिससे वस्तु के बेचने का मूल्य उसके निर्धारित या अंकित मूल्य से कम हो जाता है।

बट्टा अथवा छूट = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

बट्टे की दर प्रतिशत में व्यक्त की जाती है और सदैव अंकित मूल्य पर ही ज्ञात की जाती है।

उदाहरण–1. एक शर्ट की कीमत 300 रु. है और दुकानदार उसे 20% छूट पर बेचता है तो शर्ट पर बट्टा व विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए?

हल : अंकित मूल्य = 300 रु., छूट (बट्टे) की दर = 20%

100 रु. अंकित मूल्य पर 20 रु. बट्टा है,

तो 1 रु. अंकित मूल्य पर बट्टा होगा $\frac{20}{100}$ रु.

300 रु. पर बट्टा $= \frac{20}{100} \times 300$ रु. = 60 रु.

विक्रय मूल्य = 300 – 60 = 240 रुपये

उदाहरण–2. एक किताब 10% की छूट पर 45 रुपये में बेची गई। किताब पर कितना मूल्य छपा होगा?

हल : 10 रु. की छूट 100 रु. अंकित मूल्य पर

उसका विक्रय मूल्य 100 – 10 = 90 रु.

तुलना करने पर–	विक्रय मूल्य	–	अंकित मूल्य
	90	–	100
	45	–	?

जब किताब 90 रु. में बेची जाती तो उसका अंकित मूल्य 100 रु. होता

तो, 1 रु. में बेचे जाने पर अंकित मूल्य $\frac{100}{90}$ रु. होता।

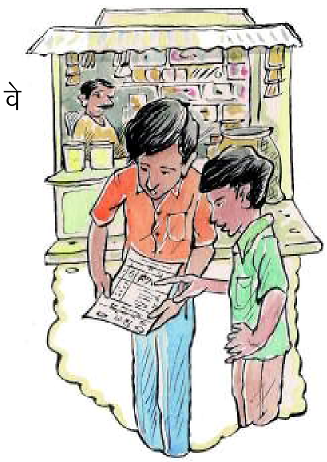
यदि 45 रु. में बेची गई तब अंकित मूल्य होगा– $\frac{100}{90} \times 45 = 50$ रु.

अतः किताब पर छपा मूल्य 50 रु. होगा।

करके देखें

1. 800 रु. मूल्य की एक साड़ी 15% बट्टे पर बेची जाती है। साड़ी का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए?
2. सेल के दौरान एक दुकान सभी वस्तुओं के अंकित मूल्य पर 15% बट्टा देती है। 1,750 रुपये अंकित मूल्य वाले एक जींस और 650 रुपये अंकित मूल्य वाले एक कमीज को खरीदने के लिए किसी ग्राहक को कितना भुगतान करना पड़ेगा?
3. माही एक जोड़ी जूते किसी सेल से खरीदकर लाया जिस पर दिए गए बट्टे की दर 20% थी। यदि उसके द्वारा भुगतान की गई राशि 1,200 रुपये है तो जूते का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

बिक्री कर (Sales Tax)



मनीष व साहिल ने दुकान से कुछ सामान खरीदा। दुकानदार ने उन्हें बिल दिया। वे दोनों उस बिल को ध्यान से देखने लगे।

बिल

बिल संख्या : 27 दिनांक : 13.02.95

नाम – मनीष

क्र.सं.	वस्तु	मात्रा	दर	राशि
1.	साबुन	10	19	190
2.	टूथपेस्ट	1	40	40
3.	ukfj ; y rsy (200 ml.)	2	85	170
	कुल योग	–	–	400
	बिक्री कर 5%			20
	कुल			420

साहिल : ये बिक्री कर (Sales Tax) क्या होता है?

मनीष : किसी वस्तु के विक्रय मूल्य पर सरकार द्वारा लिए जाने वाले कर को बिक्री कर कहते हैं।

उदाहरण–3. राजन ने एक कूलर 8% बिक्री कर सहित 2,700 रुपये में खरीदा। बिक्री कर के जुड़ने से पहले का कूलर का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : 8% बिक्री कर का अर्थ है कि यदि बिक्री कर रहित मूल्य 100 रुपये है तो बिक्री कर सहित मूल्य 108 रुपये है।

अब यदि बिक्री कर सहित मूल्य 108 रु. है तो वास्तविक मूल्य 100 रुपये है।

अतः जब बिक्री कर सहित मूल्य 2,700 रु. है तो वास्तविक मूल्य

$$= \frac{100}{108} \times 2,700$$

= 2,500 रुपये

करके देखें

1. जब भी आप अपने परिवार के साथ खरीदारी के लिए बाजार जाते हैं, तो बिल लेते समय दुकानदार आपसे किन–किन वस्तुओं की खरीदारी पर बिक्री कर लेता है उसकी सूची बनाएँ। बाद में अपनी कक्षा में साथियों से चर्चा करें।

2. आप बाजार में कोई सामान खरीदने जाते हैं। यदि उस सामान पर 10% की छूट हो तथा 5% बिक्री कर देना हो तो उस सामान को खरीदने में आपको निम्नलिखित में से किस स्थिति में फायदा होगा–

(i) 10% की छूट लेकर 5% बिक्री कर देने में

(ii) 5% बिक्री कर देने के पश्चात् 10% की छूट लेने में।

B77KX4

प्रश्नावली – 7.1

1. मोहन अपनी मासिक आय का 75% खर्च करने के बाद 3,950 रुपये बचाता है। उसकी मासिक आय कितनी है?
2. कक्षा 10 में 60% लड़कियाँ हैं और उनकी संख्या 18 है तो कक्षा में लड़के व लड़कियों की संख्या में अनुपात क्या होगा? कक्षा में कुल कितने छात्र–छात्राएँ हैं?

3. 950 रुपये अंकित मूल्य वाली वस्तु 760 रुपये में बेची जाती है। बट्टा और बट्टा प्रतिशत कितना है?
4. ललिता ने एक माइक्रोवेव ओवन 12% बिक्री कर सहित 9,016 रुपये में खरीदा। बिक्री कर को जोड़ने से पहले का मूल्य ज्ञात कीजिए।
5. एक आटा चक्की का मूल्य 1,30,000 रुपये है। इस पर 7% की दर से बिक्री कर वसूला जाता है। यदि श्वेता इस आटा चक्की को खरीदती है तो उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।
6. एक मशीन 8% बट्टे पर 1,748 रुपये में बेची जाती है। मशीन का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।
7. दो टोकरियाँ हैं। पहली टोकरी में 8 आम व 4 तरबूज हैं, दूसरी टोकरी में 14 आम व 7 तरबूज हैं। पता करें कि दोनों टोकरियों में फलों का अनुपात समान है या असमान?
8. निम्नलिखित वस्तुओं को खरीदने पर यदि 5% बिक्रीकर जुड़ता है तो प्रत्येक का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए?

   (i) 200 रुपये वाली शर्ट

   (ii) 30 रुपये प्रति किलोग्राम की दर से 5 किग्रा. शक्कर
9. सरिता ने एक कूलर 15% कर सहित 5,750 रुपये में खरीदा। कर के जुड़ने से पहले कूलर का मूल्य ज्ञात कीजिए।
10. सूरज ने एक टेलीविजन 8% बिक्री कर सहित 10,260 रुपये में खरीदा। बिक्री कर को जोड़ने से पहले का उसका मूल्य ज्ञात कीजिए।

ब्याज (Interest)

किसी धन के उपयोग के बदले दिए या लिए गए अतिरिक्त धन को ब्याज कहते हैं।
ब्याज की गणना दो प्रकार से की जाती है।

1. साधारण ब्याज
2. चक्रवृद्धि ब्याज

साधारण ब्याज (Simple Interest)

साधारण ब्याज की गणना विधि से आप परिचित हैं, आइए इसे एक उदाहरण से समझें।

उदाहरण–4. 10,000 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन = 10,000 रुपये दर = 10% वार्षिक समय = 3 वर्ष

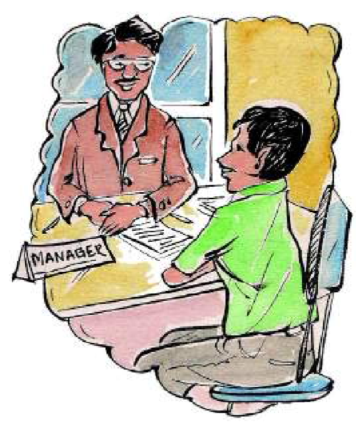
हम जानते हैं, साधारण ब्याज $= \dfrac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$= \dfrac{10,000 \times 10 \times 3}{100}$

= 3,000 रुपये

ब्याज व चक्रवृद्धि ब्याज (Interest and Compound Interest)

सुधीर ने कार खरीदने के लिए अजय से 2,00,000 रुपये 8% वार्षिक दर से 4 वर्ष के लिए उधार लिए। शर्त यह थी कि प्रत्येक वर्ष के अंत में उस वर्ष का ब्याज जमा करना होगा। पहले वर्ष उसे ब्याज के 16,000 रुपये जमा कराने थे। लेकिन किसी कारण से वह यह राशि नहीं जमा करा पाया। अगले वर्ष वह बकाया राशि व इस वर्ष का ब्याज जमा करने के लिए अजय के पास गया। अजय ने सुधीर से कहा– तुम्हें दोनों वर्षों का ब्याज मिलाकर 33,280 रुपये देने होंगे।



सुधीर ने कहा कि दो वर्षों का ब्याज मिलाकर (16,000 + 16,000) 32,000 रुपये होते हैं।

अजय ने कहा– हम आपसे कोई अतिरिक्त रुपये नहीं ले रहे हैं। यह तो पिछले साल नहीं चुकाए गए ब्याज पर ब्याज है। यह चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

उदाहरण–5. साधना बैंक से 10,000 रुपये 10% की वार्षिक दर से 3 वर्ष के लिए उधार लेती है। उसे उक्त राशि को अतिरिक्त राशि (ब्याज) के साथ वापस करना पड़ता है। 3 वर्ष के अंत में चक्रवृद्धि ब्याज और लौटाई जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

1. पहले वर्ष का मूलधन $P_1 = 10,000$ रुपये

पहले वर्ष का ब्याज रुपये $10,000 \times \frac{10}{100} = 1,000$

$SI_1 = 1,000$ रुपये

2. दूसरे वर्ष का मूलधन $P_2 = P_1 + SI_1$

$= 10,000 + 1,000 = 11,000$ रुपये

अतः दूसरे वर्ष का ब्याज $SI_2 = 11,000 \times \frac{10}{100}$

$= 1,100$ रुपये

3. तीसरे वर्ष का मूलधन $P_3 = P_2 + SI_2$

$= 11,000 + 1,100$

$= 12,100$ रुपये

इसी प्रकार तीसरे वर्ष का ब्याज $SI_3 = 12,100 \times \frac{10}{100}$

$= 1,210$ रुपये

4. अतः भुगतान की जाने वाली राशि $= P_3 + SI_3$

$= 12,100 + 1,210$

$= 13,310$ रुपये

कुल ब्याज $= SI_1 + SI_2 + SI_3$

$= 1,000 + 1,100 + 1,210$

$= 3,310$ रुपये

क्या चक्रवृद्धि ब्याज की राशि साधारण ब्याज से भिन्न होगी?

चलो पता करते हैं–

तीन वर्ष का साधारण ब्याज $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$

$= \frac{10,000 \times 3 \times 10}{100}$

$= 3,000$ रुपये

यहाँ हम देखते हैं कि चक्रवृद्धि ब्याज के कारण 310 रुपये का अधिक भुगतान करना पड़ेगा। साधारण ब्याज के संदर्भ में प्रत्येक वर्ष मूलधन समान रहता है जबकि चक्रवृद्धि ब्याज में यह प्रत्येक वर्ष के बाद बदल जाता है।

आइए चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने की संक्षिप्त विधि (सूत्र) ज्ञात करने का प्रयास करें।

माना मूलधन = P   दर = R%

समय = n   मिश्रधन = A

तब प्रथम वर्ष का ब्याज $I_1 = \frac{P_1 \times R \times 1}{100}$

इस अध्याय में n वार्षिक, छःमाही या तिमाही गणना में क्रमशः वर्षों, छःमाहियों या तिमाहियों की संख्या को व्यक्त करता है।

प्रथम वर्ष के बाद मिश्रधन $A_1 = P_1 + \frac{P_1 \times R \times 1}{100}$

$$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

$= P_2$ (दूसरे वर्ष के लिए मूलधन)

द्वितीय वर्ष का ब्याज $I_2 = \frac{P_2 \times R \times 1}{100} \qquad = P_2\left(\frac{R}{100}\right)$

$$= P_1 \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$$

$\therefore$ दो वर्ष बाद मिश्रधन

$$A_2 = P_2 + I_2$$

$$A_2 = P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right) + P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$$

$$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

$$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$= P_3$ (तीसरे वर्ष के लिए मूलधन)

तृतीय वर्ष का ब्याज $I_3 = \frac{P_3 \times R \times 1}{100} \qquad = P_3\left(\frac{R}{100}\right)$

$$I_3 = P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \times \frac{R}{100}$$

$\therefore$ तीन वर्ष बाद मिश्रधन $A_3 = P_3 + I_3$

$$A_3 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 + P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 \times \frac{R}{100}$$

$$A_3 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 \times \left(1+\frac{R}{100}\right)$$

$$A_3 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

इस प्रकार n वर्ष के अंत में कुल राशि (मिश्रधन)

$$A_n = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

मानक रूप में– $$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times\left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन – मूलधन

$$C.I. = A - P$$

$$C.I. = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P$$

$$C.I. = P\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - 1\right]$$

अतः इस सूत्र का उपयोग करके चक्रवृद्धि ब्याज की गणना करते हैं।

उदाहरण–6. 5,600 रुपये का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

यहाँ मूलधन (P) = 5,600 रुपये; दर (R) = 5% वार्षिक; समय (n) = 2 वर्ष

अत: $A = 5,600 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$

$A = 5,600 \times \left(1 + \frac{1}{20}\right)^2$

$A = 5,600 \times \left(\frac{21}{20}\right)^2 = 5,600 \times \left(\frac{21}{20}\right) \times \left(\frac{21}{20}\right)$

$A = 6,174$ रुपये

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन − मूलधन

= 6,174 − 5,600 = 574 रुपये

उदाहरण–7. श्याम ने राष्ट्रीय बैंक में 64,000 रुपये जमा किये। यदि चक्रवृद्धि ब्याज की दर $2\frac{1}{2}\%$ वार्षिक हो तो 3 वर्ष पश्चात् उसे कुल कितनी राशि प्राप्त होगी? ब्याज की राशि भी बताएँ?

हल : हम जानते हैं कि $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

यहाँ मूलधन (P) = 64,000 रुपये

दर (R) $2\frac{1}{2}\% = \frac{5}{2}\%$ वार्षिक ; समय (n) = 3 वर्ष

अत: $A = 64,000 \times \left(1 + \frac{5/2}{100}\right)^3$

$A = 64,000 \times \left(1 + \frac{5}{2 \times 100}\right)^3$

$A = 64,000 \times \left(1 + \frac{1}{40}\right)^3$

$A = 64,000 \times \left(\frac{41}{40}\right)^3$

$A = 64,000 \times \left(\frac{41}{40}\right) \times \left(\frac{41}{40}\right) \times \left(\frac{41}{40}\right)$

$A = 41 \times 41 \times 41$ = 68,921 रुपये

बैंक से प्राप्त ब्याज की राशि = मिश्रधन − मूलधन

= 68,921 − 64,000 = 4,921 रुपये

करके देखें

1. 15,000 रुपये का 2 वर्ष के लिए 6% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
2. 8,000 रुपये का 3 वर्ष के लिए $5\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
3. निम्नलिखित के लिए कुल राशि एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

   (i) 10,700 रुपये पर 3 वर्ष के लिए $14\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर से।

   (ii) 18,000 रुपये पर $2\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से।

अर्द्धवार्षिक एवं तिमाही संयोजन पर चक्रवृद्धि ब्याज की गणना

वर्तमान में कई कार्यों एवं बैंकों में ब्याज की गणना वार्षिक न करके अर्द्धवार्षिक या त्रैमासिक की जाती है अर्थात हर छः माह अथवा तीन माह में मूलधन बदल जाता है।

जब ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित किया जाता है, तो एक वर्ष में दो छः माही (अर्द्धवार्षिक) होता है और ब्याज की दर आधी हो जाती है तथा यदि ब्याज तिमाही संयोजित किया जाए, तो इस स्थिति में एक वर्ष में 4 तिमाही होती है और ब्याज की दर एक चौथाई हो जाती है।

इनकी गणना निम्नानुसार की जाती है–

1. अर्द्धवार्षिक संयोजन होने पर–

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1 + \frac{\text{अर्द्धवार्षिक ब्याज दर}}{100}\right)^{\text{अर्द्धवार्षिक की संख्या}}$$

2. तिमाही संयोजन होने पर–

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1 + \frac{\text{तिमाही ब्याज दर}}{100}\right)^{\text{तिमाही की संख्या}}$$

करके देखें

1. डेढ़ वर्ष के लिए 5% वार्षिक दर से 4,000 रुपये का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।
2. यदि ब्याज का संयोजन अर्द्धवार्षिक हो तो 1,500 रुपये पर 10% वार्षिक दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज की गणना कीजिए।
3. दीपक ने एक बैंक से 80,000 रुपये कर्ज लिया। यदि ब्याज की दर 10% प्रति वर्ष और समय 2 वर्ष हो तो उसके द्वारा कुल देय राशि में अंतर ज्ञात कीजिए जब–

   (i) वार्षिक संयोजन हो (ii) अर्द्धवार्षिक संयोजन हो

उदाहरण–8. रुपये 15,625 का 8% वार्षिक ब्याज की दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए। यदि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक हो।

हल : यहाँ ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक है–

अतः समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्द्धवार्षिक

दर $(R) = 8\%$ वार्षिक $= \frac{8}{2}\%$ अर्द्धवार्षिक = 4% अर्द्धवार्षिक

मूलधन $(P) =$ 15,625 रुपये

$$\therefore \text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1 + \frac{\text{अर्द्धवार्षिक ब्याज दर}}{100}\right)^{\text{अर्द्धवार्षिक की संख्या}}$$

$$\text{मिश्रधन} = 15,625 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3 = 15,625 \times \left(1 + \frac{1}{25}\right)^3$$

$$\text{मिश्रधन} = 15,625 \times \left(\frac{26}{25}\right)^3 = 15,625 \times \left(\frac{26}{25}\right) \times \left(\frac{26}{25}\right) \times \left(\frac{26}{25}\right)$$

$$\text{मिश्रधन} = 26 \times 26 \times 26 = 17,576 \text{ रुपये}$$

∴ चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन – मूलधन

= 17,576 – 15,625 = 1,951 रुपये

उदाहरण–9. 1,000 रुपये का 9 माह का 8% वार्षिक ब्याज की दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए? यदि ब्याज की गणना तिमाही की जाए।

हल : यहाँ ब्याज की गणना तिमाही है–

अतः समय (n) = 9 माह = 3 तिमाही

दर (R) = 8% वार्षिक = $\frac{8}{4}\%$ तिमाही = 2% तिमाही

मूलधन (P) = 1,000 रुपये

$$\therefore \text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{तिमाही ब्याज दर}}{100}\right)^{\text{तिमाही की संख्या}}$$

$$\text{मिश्रधन} = 1,000\times\left(1+\frac{2}{100}\right)^3 = 1,000\times\left(1+\frac{1}{50}\right)^3$$

$$\text{मिश्रधन} = 1,000\times\left(\frac{51}{50}\right)^3 = 1,000\times\left(\frac{51}{50}\right)\times\left(\frac{51}{50}\right)\times\left(\frac{51}{50}\right)$$

$$\text{मिश्रधन} = \frac{1,32,651}{125} = 1,061.20 \text{ रुपये}$$

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन – मूलधन

= 1,061.20 – 1,000 = 61.20 रुपये

उदाहरण–10. कौन–सा धन 6% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष बाद 2,809 रुपये हो जाएगा ?

हल : यहाँ मिश्रधन (A) = 2,809 रुपये मूलधन (P) = ?

दर (R) = 6% वार्षिक समय (n) = 2 वर्ष

$$\therefore A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$2,809 = P\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = P\left(1+\frac{3}{50}\right)^2$$

$$2,809 = P\left(\frac{53}{50}\right)^2 = P\times\frac{53\times53}{50\times50}$$

$$2,809 = P\times\frac{2,809}{2,500}$$

$$\therefore P = \frac{2,809}{1}\times\frac{2,500}{2,809} = 2,500 \text{ रुपये}$$

उदाहरण–11. कितने प्रतिशत वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 1,000 रुपये का मिश्रधन $1\frac{1}{2}$ वर्ष में 1,331 रुपये हो जाएगा? यदि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की जाए।

हल : यहाँ मिश्रधन (A) = 1,331 रुपये मूलधन (P) = 1,000 रुपये

दर (R) = ? समय (n) = 1½ वर्ष = 3 छमाही

$$\therefore A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$1,331 = 1,000\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

$$\frac{1,331}{1,000} = \left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

दोनों पक्षों में घात समान होने पर आधार बराबर होगा।

अतः $$\frac{11}{10} = 1+\frac{R}{100}$$

$$\frac{11}{10} - 1 = \frac{R}{100}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{R}{100}$$

$$R = \frac{100}{10} = 10\% \text{ (अर्द्धवार्षिक)}$$

चूँकि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की गई है।

अतः $R = 10 \times 2 = 20\%$ वार्षिक

उदाहरण–12. मोहन ने छत्तीसगढ़ राज्य ग्रामीण बैंक से 8% वार्षिक ब्याज की दर से 31,250 रुपये उधार लिया। कितने समय बाद उसे बैंक को 39,366 रुपये लौटाने होंगे?

हल : यहाँ मिश्रधन (A) = 39,366 रुपये मूलधन (P) = 31,250 रुपये

दर (R) = 8% समय (n) = ?

$$\therefore A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$39,366 = 31,250\left(1+\frac{8}{100}\right)^n$$

$$\frac{39,366}{31,250} = \left(1+\frac{2}{25}\right)^n$$

$$\frac{19,683}{15,625} = \left(\frac{27}{25}\right)^n$$

$$\frac{27\times27\times27}{25\times25\times25} = \left(\frac{27}{25}\right)^n$$

$$\left(\frac{27}{25}\right)^3 = \left(\frac{27}{25}\right)^n$$

दोनों पक्षों में आधार बराबर होने पर घात समान होगा।

अतः $n = 3$ वर्ष

प्रश्नावली – 7.2

1. निम्नलिखित स्थितियों में चक्रवृद्धि ब्याज एवं मिश्रधन ज्ञात कीजिए–

   (i) मूलधन = 7,000 रुपये दर = 10% वार्षिक समय = 4 वर्ष

   (ii) मूलधन = 6,250 रुपये दर = 12% वार्षिक समय = 2 वर्ष

   (iii) मूलधन = 16,000 रुपये दर = 5% वार्षिक समय = 3 वर्ष

2. राहुल ने कार खरीदने के लिए बैंक से 1,25,000 रुपये की राशि 12% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से उधार ली, तो 3 वर्ष बाद देय राशि एवं ब्याज की राशि बताइए?

3. बैंक में जमा धनराशि रुपये 50,000 पर 15% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष के ब्याज की गणना कीजिए?

4. 1,260 रुपये का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष के साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर ज्ञात कीजिए।

5. 8,000 रुपये का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज का अंतर ज्ञात कीजिए।

6. 3,000 रुपये का 8% वार्षिक ब्याज की दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज की गणना कीजिए जब ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित हो।

7. 9,000 रुपये पर किसी बैंक से 1 वर्ष में कितना ब्याज प्राप्त होगा, यदि ब्याज की दर 8% वार्षिक हो और गणना तिमाही की जाए?

8. 3,500 रुपये का 15% वार्षिक ब्याज की दर से 1 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए यदि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक हो।

9. एक व्यक्ति ने 25,000 रुपये उधार लिये। यदि ब्याज की दर 20% वार्षिक हो और ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की जाए तो 1 वर्ष बाद कितनी राशि चुकाई जाएगी?

10. 10,000 रुपये का 12% वार्षिक ब्याज की दर से 6 माह का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए यदि ब्याज की गणना तिमाही की जाए।

11. सुरजीत पंजाब नेशनल बैंक में कितना धन जमा करे कि 5% वार्षिक ब्याज की दर से उसे 2 वर्ष में 6,615 रुपये प्राप्त हो?

12. कौन सा धन $1\frac{1}{2}$ वर्ष में 10% की वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 18,522 रुपये हो जाएगा यदि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की जाए?

13. कबीर ने मोटर साइकिल खरीदने हेतु इंडियन बैंक से 15,625 रुपये उधार लिए। 3 वर्ष बाद उसने बैंक को 17,576 रुपये लौटाए, तो बैंक द्वारा निर्धारित ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

14. कितने प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से 6,000 रुपये की राशि 2 वर्ष में 6,615 रुपये हो जाती है?

15. कितने समय में 8,000 रुपये का मिश्रधन 9,261 रुपये हो जाएगा जबकि ब्याज की गणना 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर की जाए?

16. भारतीय स्टेट बैंक से अहमद को उसके जमा धन 46,875 रुपये पर 8% वार्षिक ब्याज की दर से 5,853 रुपये ब्याज प्राप्त हुआ। यदि बैंक द्वारा ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की गई हो तो समय बताइए?

17. कौनसी राशि का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष में साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर 40 रुपए है?

चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र का अनुप्रयोग

B7QD1E

चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने के सूत्र का उपयोग कुछ परिस्थितियों में किया जाता है।

(i) जनसंख्या वृद्धि या ह्रास (कमी) में

(ii) किसी वस्तु की कीमत वृद्धि अथवा अवमूल्यन में

(iii) जब ब्याज की दर लगातार वर्षों में अलग–अलग हो तो मिश्रधन ज्ञात करना।

(a) यदि किसी शहर की जनसंख्या में वृद्धि हो तो

$$\text{अभीष्ट जनसंख्या} = \text{वर्तमान जनसंख्या}\left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

(b) यदि किसी शहर की जनसंख्या में कमी हो तो

$$\text{अभीष्ट जनसंख्या} = \text{वर्तमान जनसंख्या}\left(1-\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

(c) किसी वस्तु की कीमत में वृद्धि हो तो

$$\text{अभीष्ट मूल्य} = \text{वर्तमान मूल्य}\left(1+\frac{\text{वृद्धिदर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

(d) किसी वस्तु की कीमत का अवमूल्यन हो तो

$$\text{अभीष्ट मूल्य} = \text{वर्तमान मूल्य}\left(1-\frac{\text{अवमूल्यन}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

(e) यदि ब्याज की दर लगातार वर्षों में $R_1\%, R_2\%, R_3\%$ ...... हो तो

$$A = P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)...........$$

उदाहरण–13. एक शहर की वर्तमान जनसंख्या 1,28,000 है, यदि जनसंख्या वृद्धि दर 5 प्रतिशत वार्षिक है, तो 3 वर्ष पश्चात् उस शहर की जनसंख्या क्या होगी?

हल : यहाँ वर्तमान जनसंख्या = 1,28,000 वृद्धि दर = 5% वार्षिक

समय = 3 वर्ष अभीष्ट जनसंख्या = ?

$$\because \text{अभीष्ट जनसंख्या} = \text{वर्तमान मूल्य}\left(1+\frac{\text{वृद्धिदर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\text{अभीष्ट जनसंख्या} = 1,28,000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 1,28,000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$$

$$\text{अभीष्ट जनसंख्या} = 1,28,000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 1,28,000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$$

$$\text{अभीष्ट जनसंख्या} = 16\times21\times21\times21 = 1,48,176$$

उदाहरण–14. किशोर ने 55,000 रुपये में बाइक खरीदी। यदि बाइक का अवमूल्यन 8% वार्षिक दर से होता है तो 2 वर्ष पश्चात् बाइक का मूल्य क्या होगा?

हल : यहाँ, बाइक का मूल्य = 55,000 रुपये अवमूल्यन दर = 8% वार्षिक

समय = 2 वर्ष अभीष्ट मूल्य = ?

$$\because \text{अभीष्ट मूल्य} = \text{वस्तु का मूल्य}\left(1-\frac{\text{अवमूल्यन दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$= 55,000\left(1-\frac{8}{100}\right)^2 \quad = 55,000\left(1-\frac{2}{25}\right)^2$$

$$= 55,000\times\left(\frac{23}{25}\right)^2 \quad = 55,000\times\frac{23}{25}\times\frac{23}{25}$$

$$= 88\times 23\times 23 \quad = 46,552 \text{ रुपये}$$

उदाहरण–15. एक कार का मूल्य 4,50,000 रुपये है। पहले 2 वर्षों में कार का अवमूल्यन 4% वार्षिक दर से एवं उसके पश्चात के 2 वर्षों में अवमूल्यन 10% वार्षिक की दर से होता है, तो 4 वर्ष पश्चात कार का मूल्य बताइए।

हल : यहाँ कार का मूल्य = 4,50,000 रुपये

अवमूल्यन दर (R_1) = 4% वार्षिक

समय (n_1) = 2 वर्ष

अवमूल्यन दर (R_2) = 10% वार्षिक

समय (n_2) = 2 वर्ष

अभीष्ट मूल्य = ?

$\because$ अभीष्ट मूल्य = वस्तु का मूल्य $\times\left(1-\frac{R_1}{100}\right)^{n_1}\times\left(1-\frac{R_2}{100}\right)^{n_2}$

$$= 4,50,000\times\left(1-\frac{4}{100}\right)^2\times\left(1-\frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 4,50,000\times\left(\frac{24}{25}\right)^2\times\left(\frac{9}{10}\right)^2$$

$$= 4,50,000\times\frac{24}{25}\times\frac{24}{25}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}$$

$$= 7.2\times 24\times 24\times 9\times 9$$

$$= 3,35,923 \text{ रुपये}$$

करके देखें

1. एक गाँव की जनसंख्या 8,000 है। यदि जनसंख्या 5% वार्षिक की दर से कम हो रही है तो 3 वर्ष बाद गाँव की जनसंख्या कितनी रह जाएगी?
2. एक नगर की जनसंख्या 9,600 है। यदि जनसंख्या वृद्धि दर 15% वार्षिक हो तो 2 वर्ष पश्चात् उस नगर की जनसंख्या क्या होगी?

किश्त योजना (किश्तों में खरीददारी)

आजकल प्रायः इस प्रकार के विज्ञापन आप देखते होंगे–

''आपके सपनों का घर न्यूनतम ब्याज दर में आसान किश्तों पर'' या ''अपनी मनपसंद कार घर ले जाइए मात्र 30,000 रुपये देकर, शेष आसान किश्तों में या टी.वी./फ्रिज खरीदें मात्र 1,000 रुपये में तथा बाकी भुगतान आसान मासिक/अर्द्धवार्षिक/वार्षिक किश्तों में''।

ऐसी योजनाओं से व्यक्ति महंगी वस्तुओं की खरीदी बिना पूर्ण भुगतान के करता है। ये योजनाएँ एक व्यक्ति को सुविधापूर्वक भुगतान द्वारा महंगी वस्तुएँ खरीदने के योग्य बना देती हैं।

किश्त योजना में, वस्तु को खरीदते समय ग्राहक वस्तु के नकद मूल्य का कुछ हिस्सा आंशिक भुगतान के रूप में देता है जिसे तत्काल नकद भुगतान कहते हैं। तत्पश्चात् अनुबंध पर हस्ताक्षर कर वस्तु को उपयोग के लिए ले जाता है तथा शेष राशि को किश्तों में चुकाता है जिसे किश्त राशि कहते हैं। ये किश्तें मासिक, त्रैमासिक, अर्द्धवार्षिक या वार्षिक अथवा बेचने और खरीदने वाले दोनों की सहमति से निश्चित की जाती है।

आइए किश्त योजना को उदाहरणों से समझें–

किश्त योजना में ब्याज की दर ज्ञात करना

किश्त योजना में पूरे मूल्य का एक भाग ही ग्राहक द्वारा खरीदते समय दिया जाता है। शेष मूल्य का भुगतान किश्तों में किया जाता है इसलिए विक्रेता अतिरिक्त राशि ग्राहक से लेता है यह अतिरिक्त राशि ही ब्याज है।

उदाहरण–16. एक टेबल का नकद मूल्य 1,000 रुपये है जिसे रमेश 400 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा 310 रुपये की दो समान मासिक किश्तों पर खरीदता है। किश्त योजना में दिए गए ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

हल : टेबल का नकद मूल्य = 1,000 रुपये

तत्काल नकद भुगतान = 400 रुपये

किश्तों में देय शेष राशि = 1,000 − 400 रुपये

= 600 रुपये

माना कि किश्त योजना में दी गई ब्याज की दर r% वार्षिक है, तो 2 माह बाद 600 रुपये का मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$$= 600 + \frac{600 \times r \times 2}{100 \times 12}$$

$$= 600 + r \qquad \text{..... (1)}$$

एक माह बाद दिए गए 310 रुपये (मासिक किश्त) का दूसरे माह के अंत में मिश्रधन

$$= 310 + \frac{310 \times r \times 1}{100 \times 12}$$

$$= 310 + \frac{31r}{120} \qquad ..... (2)$$

दो माह बाद दी गई दूसरी किश्त = 310 रुपये

अतः दोनों मासिक किश्तों को मिलाकर 2 माह के अंत में

$$\text{मिश्रधन } = 310 + \frac{31r}{120} + 310 = 620 + \frac{31r}{120}$$

समीकरण (1) व (2) से

$$600 + r = 620 + \frac{31r}{120}$$

$$r - \frac{31r}{120} = 620 - 600$$

$$\frac{120r - 31r}{120} = 20$$

$$89r = 20 \times 120$$

$$r = \frac{2,400}{89} = 26.97\% \text{ (लगभग)}$$

अतः किश्त योजना में ब्याज की वार्षिक दर = 26.97%

अन्य विधि से :

टेबल का नकद मूल्य = 1,000 रुपये

तत्काल नकद भुगतान = 400 रुपये

किश्तों में देय शेष राशि = 1,000 – 400 रुपये

= 600 रुपये

समान किश्तों की संख्या = 2

किश्त योजना में किया गया कुल भुगतान = 2 × 310 = 620 रुपये

दिया गया कुल ब्याज = 620 – 600 रुपये = 20 रुपये

पहले माह के लिए मूलधन = 1,000 – 400 = 600 रुपये

दूसरे माह के लिए मूलधन = 600 – 310 = 290 रुपये

कुल मूलधन (1 माह का) = 600 + 290 = 890 रुपये

माना कि ब्याज की दर r% वार्षिक है।

$$\text{कुल ब्याज } = \frac{890 \times r \times 1}{100 \times 12} = 20$$

या $r = \dfrac{20 \times 100 \times 12}{890}$

$r = \dfrac{2,400}{89} = 26.97\%$ (लगभग)

किश्त की राशि ज्ञात करना

आइए, किश्त योजना में विक्रेता किश्त कैसे निर्धारित करता है समझने का प्रयास करें। एक दुकानदार एक वस्तु किसी मूल्य पर खरीदता है। वह जानता है कि किश्त योजना से अधिक वस्तुएँ बेची जा सकती हैं। अतः वह एक निश्चित ब्याज दर प्राप्त करने के लिए तत्काल नकद भुगतान, किश्त की राशि तथा किश्तों की संख्या निर्धारित करना चाहता है।

उदाहरण–17. एक टेलीविजन का मूल्य 12,000 रुपये है तथा यह 3,000 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा दो समान प्रतिमाह की किश्त में बेचा जाता है। यदि 18% वार्षिक ब्याज की दर हो तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

हल : टेलीविजन का नकद मूल्य = 12,000 रुपये

तत्काल नकद भुगतान = 3,000 रुपये

किश्तों में देय शेष राशि = (12000 − 3000) रुपये = 9000 रुपये

ब्याज दर = 18% वार्षिक

माना प्रत्येक किश्त की राशि x रुपये है।

ब्याज $= \dfrac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

9000 रुपये का 1 माह का ब्याज $= \dfrac{9000 \times 18 \times \frac{1}{12}}{100} = 135$ रुपये

1 माह बाद मिश्रधन = 9000 + 135 = 9135 रुपये

1 किश्त चुकाने के बाद शेष रकम = $(9135 - x)$ रुपये

इस रकम का 1 माह बाद मिश्रधन, किश्त के बराबर हो जायेगा।

अतः $(9135 - x)$ रुपये का 1 माह का ब्याज $= \dfrac{(9135 - x) \times 18 \times \frac{1}{12}}{100}$

$= \dfrac{3(9135 - x)}{200}$ रुपये

1 माह बाद मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$= (9135 - x) + \dfrac{3(9135 - x)}{200}$

$$= \frac{200(9135-x)+3(9135-x)}{200}$$

$$= \frac{1827000-200x+27405-3x}{200}$$

अतः उपरोक्तानुसार $= \frac{1827000-200x+27405-3x}{200} = x$

$1854405 - 203x = 200x$

या $1854405 = 200x + 203x$

$403x = 1854405$

अतः $x = \frac{1854405}{403} = 4601.50$ रुपये

प्रत्येक किश्त की राशि 4601.50 रुपये होगी।

नकद मूल्य ज्ञात करना

किश्त योजना में प्रत्येक समान किश्त की राशि, किश्तों की संख्या, ब्याज की दर तथा तत्काल नकद भुगतान की राशि दी गई हो तो वस्तु का नकद मूल्य ज्ञात किया जा सकता है। आइए एक उदाहरण से समझे।

उदाहरण–18. एक साइकिल 500 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा 1210 रुपये की दो समान वार्षिक किश्तों पर उपलब्ध है। यदि ब्याज की दर 10% वार्षिक हो तो साइकिल का नकद मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि साइकिल का नकद मूल्य x रुपये है।

तत्काल नकद भुगतान = 500 रुपये

प्रथम किश्त = 1210 रुपये, ब्याज = 10% वार्षिक

नकद भुगतान के बाद शेष राशि = $(x - 500)$ रुपये

$(x - 500)$ रुपये का 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$$= \frac{(x-500)\times 10\times 1}{100} = \frac{(x-500)}{10} \text{ रुपये}$$

1 वर्ष बाद मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$$= (x - 500) + \frac{x-500}{10}$$

$$= (x - 500)\left(1 + \frac{1}{10}\right) = (x - 500)\frac{11}{10}$$

प्रथम किश्त के भुगतान बाद शेष रकम (दूसरे वर्ष का मूलधन)

$$= [(x - 500)\frac{11}{10} - 1210]$$

दूसरे वर्ष के अंत में मिश्रधन $= \text{मूलधन}\left\{1 + \frac{\text{दर}}{100}\right\}^{\text{समय}}$

$$= [(x - 500)\frac{11}{10} - 1210][1 + \frac{10}{100}]^1$$

$$= [(x - 500)\frac{11}{10} - 1210]\frac{11}{10}$$

अतः दूसरे वर्ष के अंत में मिश्रधन दूसरे वर्ष की देय किश्त के बराबर होगा।

$$[(x - 500)\frac{11}{10} - 1210]\frac{11}{10} = 1210$$

$$[(x - 500)\frac{11}{10} - 1210]\,11 = 12100$$

या $[(x - 500)\frac{11}{10} - 1210] = 1100$

या $(x - 500)\frac{11}{10} = 1100 + 1210$

या $(x - 500) = 2310 \times \frac{10}{11}$

या $x - 500 = 2100$

$x = 2600$ रुपये

अतः साइकिल का नकद मूल्य 2600 रुपये होगा।

चक्रवृद्धि ब्याज युक्त समस्याएँ

किश्त योजना में जहाँ किश्त प्रतिमाह दी जाती है तथा कुल समय 1 वर्ष से कम है ऐसे उदाहरणों में साधारण ब्याज का प्रयोग हुआ है। कई बार एक वर्ष से कम समय में भी विक्रेता चक्रवृद्धि ब्याज लेता है। ऐसे में ब्याज अर्द्धवार्षिक या तिमाही संयोजित होता है।

कभी–कभी किश्तें एक वर्ष से अधिक समय तक दी जाती हैं तब भी इसकी गणना चक्रवद्धि ब्याज से की जाती है।

उदाहरण–19. एक फ्रिज, जिसका नकद मूल्य 15,000 रुपये है, किश्त योजना में यह 2,250 रुपये तत्काल नकद भुगतान के पश्चात दो अर्द्धवार्षिक समान किश्तों में 8% वार्षिक ब्याज की दर पर उपलब्ध है। यदि ब्याज प्रति छः माही संयोजित किया जाय तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

हल : फ्रिज का नकद मूल्य = 15,000 रुपये

तत्काल नकद भुगतान = 2,250 रुपये

शेष देय राशि = (15,000 – 2,250) रुपये

= 12,750 रुपये

ब्याज की दर = 8% वार्षिक = 4% प्रति छः माही

ekuk iR;sd ¼izfr N%ekgh½ fd'r dh jkf'k x रुपये है, तथा P_1, P_2 क्रमशः पहली और दूसरी राशि के मूलधन है।

$$\therefore \quad x = P_1\left(1+\frac{4}{100}\right)^1 \text{ और } x = P_2\left(1+\frac{4}{100}\right)^2$$

$$x = P_1\left(\frac{26}{25}\right) \text{ और } x = P_2\left(\frac{26}{25}\right)^2$$

$$P_1 = \left(\frac{25}{26}\right)x \text{ और } P_2 = \left(\frac{25}{26}\right)^2 x$$

अतः $$12,750 = \left(\frac{25}{26}\right)x + \left(\frac{25}{26}\right)^2 x$$

$$12,750 = \left(\frac{25}{26}\right)x\left[1+\frac{25}{26}\right]$$

$$12,750 = \left(\frac{25}{26}\right)x\left(\frac{51}{26}\right)$$

$$x = \frac{12,750\times 26\times 26}{25\times 51} \qquad = \qquad x = 6,760 \text{ रुपये}$$

प्रत्येक किश्त की राशि = 6,760 रुपये

प्रश्नावली – 7.3

1. एक कुर्सी को 450 रुपये नकद अथवा 210 रुपये तत्काल नकद भुगतान एवं 125 रुपये की दो समान मासिक किश्तों में बेचा जाता है। किश्त योजना में लिए गए ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

2. एक टी.वी. स्टैण्ड 3,000 रुपये नकद पर बेचा जाता है अथवा 600 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा 1,250 रुपये प्रति माह की 2 किश्तों पर उपलब्ध है। किश्त योजना में लिए गए ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

3. एक पंखे का नकद मूल्य 1,940 रुपये है। किश्त योजना में यह 620 रुपये तत्काल नकद

भुगतान तथा दो समान प्रतिमाह के किश्तों में उपलब्ध है। यदि किश्त योजना में 16% वार्षिक की दर से ब्याज लिया जाए, तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

4. एक माइक्रोवेव ओवन का नकद मूल्य 20,100 रुपये है। यदि यह 3,700 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा दो समान मासिक किश्तों पर 10% वार्षिक ब्याज की दर में उपलब्ध है, तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

5. एक आयरन (इस्तिरी) 210 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा 220 रुपये प्रतिमाह की दो समान किश्तों पर खरीदा गया। यदि किश्त योजना में ब्याज की दर 20% वार्षिक है, तो आयरन का नकद मूल्य ज्ञात कीजिए।

6. एक शो रूम में एक स्कूटर का नकद मूल्य 20,000 रुपये है। किश्त योजना से यह 11,000 रुपये तत्काल नकद भुगतान के पश्चात् समान वार्षिक किश्तों में 25% वार्षिक ब्याज की दर पर उपलब्ध है। यदि ब्याज प्रतिवर्ष संयोजित किया जाय तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

7. एक वाशिंग मशीन 12,000 रुपये नकद अथवा 3,600 रुपये के तत्काल नकद भुगतान तथा 2 समान प्रति छः माही किश्तों पर उपलब्ध है। यदि ब्याज की दर 20% वार्षिक, जो प्रति छः माही संयोजित होता है, तो प्रत्येक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए।

8. एक सिलाई मशीन 3,000 रुपये नकद अथवा 450 रुपये तत्काल नकद भुगतान तथा दो समान अर्द्धवार्षिक किश्तों पर उपलब्ध है। प्रत्येक किश्त का मान क्या होगा यदि चक्रवृद्धि ब्याज की दर 4% वार्षिक हो।

हमने सीखा

1. हम राशियों की तुलना अनुपात, प्रतिशत आदि के आधार पर करते हैं।
2. प्रतिशत का उपयोग बट्टा, बिक्री कर व ब्याज ज्ञात करने में किया जाता है।
3. अंकित मूल्य पर दी गई छूट बट्टा कहलाती है।
4. किसी वस्तु को बेचने पर सरकार द्वारा बिक्री कर लिया जाता है। विक्रेता द्वारा बिक्री कर को बिल की राशि में जोड़ दिया जाता है।
5. ब्याज दो प्रकार के होते हैं, साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज
6. (i) जब ब्याज वार्षिक हो तो $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

   (ii) जब ब्याज की दर अर्द्धवार्षिक(छःमाही) हो तो कुल राशि $A = P\left(1+\frac{R}{200}\right)^n$

   याने ब्याज की दर आधी व समय छःमाहियों में गिना जाता है।