

अध्याय-9

बीजीय व्यंजक



9.1 भूमिका

हम $x+3$, $y-5$, $4x+5$, $10y-5$, इत्यादि जैसे सरल बीजीय व्यंजकों से परिचित हो चुके हैं। कक्षा-6 में, हमने देखा था कि ये व्यंजक किस प्रकार पहलियों और समस्याओं को एक सुव्यवस्थित प्रकार से प्रस्तुत करने में सहायक होते हैं। हम सरल समीकरणों वाले अध्याय में भी व्यंजकों के अनेक उदाहरणों को देख चुके हैं।

बीजगणित में व्यंजकों (Expressions) को एक केंद्रीय अवधारणा माना जाता है। यह अध्याय बीजीय व्यंजकों से संबद्ध है। इस अध्याय में हम अध्ययन करेंगे कि बीजीय व्यंजक किस प्रकार बनते हैं, इन्हें किस प्रकार संयोजित किया (मिलाया) जाता है, इनके मान हम कैसे ज्ञात कर सकते हैं तथा इनका किस प्रकार उपयोग किया जा सकता है।

9.2 बीजीय व्यंजक

पिछली कक्षा में हमने देखा कि कुछ चर एवं अचर को संयोजित (मिलाकर) कर बड़ा व्यंजक बनाया गया है। इन बड़े संकेतों को बनाने के लिए चर एवं अचर को जोड़, घटाव, गुणा एवं भाग संक्रियाओं द्वारा संयोजित किया जाता है। जैसे—

उदाहरण:(a) $x+1$ में चर x में 1 जोड़कर $x+1$ प्राप्त किया गया है।

(b) $x-1$ में चर x में 1 घटाकर $x-1$ प्राप्त किया गया है।

(c) $2x+1$ अचर 2 में चर x से गुणा करके $2x$ बनाया गया है फिर $2x$ में 1 जोड़कर $2x+1$ बनाया गया है।

अतः हम कह सकते हैं कि $x+1$, $x-1$ एवं $2x+1$ बीजीय व्यंजक हैं।

9.2.1 बीजीय व्यंजक के पद:

एक व्यंजक $9x+7$ पर विचार कीजिए। इसे बनाने के लिए पहले x एवं 9 का गुणा करके $9x$ बनाया गया है फिर $9x$ में 7 को जोड़ दिया गया है।

व्यंजक $3x^2+7y$ में 3, x और x को गुणा करके $3x^2$ बनाया गया है फिर 7 को y से गुणा करके $7y$ बनाया गया है और अंत में $3x^2$ को $7y$ से जोड़कर $3x^2+7y$ व्यंजक बनाया गया है। एक अन्य उदाहरण लें $7xy-3x^2$, इस व्यंजक में क्या किया गया है?

इस प्रकार हम पाते हैं कि किसी व्यंजक के छोटे-छोटे भाग होते हैं जो अलग से बनाये जाते हैं फिर आपस में वे छोटे-छोटे भाग जोड़ दिये जाते हैं और व्यंजक बन जाता है। व्यंजक के ये छोटे-छोटे भाग जो पहले अलग से बनाये जाते हैं और फिर जोड़ दिये जाते हैं, व्यंजक के पद कहलाते हैं। उपरोक्त पहले उदाहरण में $9x$ एवं 7 दो पद हैं, दूसरे उदाहरण में $3x^2$ एवं $7y$ पद हैं और तीसरे उदाहरण में $7xy$ एवं $(-3x^2)$ पद हैं।

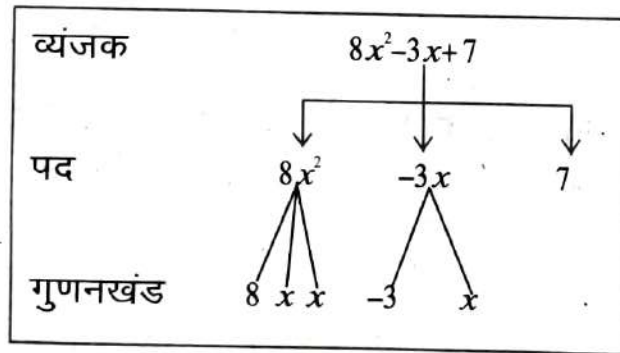
आइए कुछ करके देखें

व्यंजक	पद
$9x^2+2x-3$	$9x^2, 2x, -3$
$6x^2$	
$8x-7y$	
6	
0	
$7(x+y)+9$	

9.2.2 पद के गुणनखंड:

हमने देखा कि $(4x^2-7xy)$ में दो पद हैं $4x^2$ और $-7xy$ । पद $4x^2$; $4, x$ और x का गुणनफल है। यहां $4, x$ और x पद $4x^2$ का गुणनखंड है। अतः हम पाते हैं कि कोई पद अपने गुणनखंडों का गुणनफल होता है।

व्यंजक के पदों का गुणनखंड हम रोचक रूप में पेड़ आरेख विधि के द्वारा दिखा सकते हैं।



प्रयास कीजिए

व्यंजक	पद	पद के गुणनखंड	चर	अचर
$3x^2 + 2xy + 9y^2$	$3x^2, 2xy, 9y^2$	$3x^2 = 3 \times x \times x$ $2xy = 2 \times x \times y$ $9y^2 = 9 \times y \times y$	x, y	$3, 2, 9$
$11x^2 - 7x + 5$				
$a^2 - b^2$				

9.2.3 गुणांक

हमने देखा कि व्यंजक के पद को उनके गुणनखंड के गुणनफल के रूप में लिख सकते हैं। आपने यह भी देखा कि पद के गुणनखंड कोई अचर हो सकता है तथा उसके अलावा कोई बीजीय चर हो सकता है जैसे $9x^2$ एक पद है जिसका गुणनखंड $9 \times x \times x$ है। इसमें 9 अचर है और शेष x^2 चर है। किसी पद के संख्यात्मक (अचर) गुणनखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक या केवल गुणांक कहते हैं। इसे शेष बीजीय पदों का गुणांक भी कहते हैं। जैसे $-9xyz$ में xyz का गुणांक 9 है। $-8x^2y^2$ में x^2y^2 का गुणांक -8 है।

किसी पद का गुणांक +1 हो तो पद लिखते समय उसे नहीं लिखा जाता है। जैसे- $1x^2$, $1y$ को x^2 , y लिखा जाता है। लेकिन यदि गुणांक -1 हो तो उसे केवल ऋण चिह्न, $(-)$ के साथ दिखाया जाता है। जैसे- $-1x$ को $-x$ लिखते हैं।

9.2.4 समान एवं असमान पद

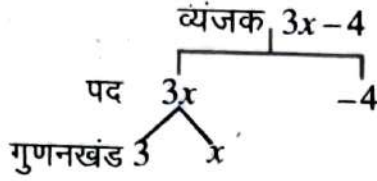
जब पदों के बीजीय गुणनखंड एक जैसे ही हों, तो वे पद **समान पद (Like Terms)** कहलाते हैं। जब पदों के बीजीय गुणनखंड भिन्न-भिन्न हों, तो वे **असमान पद (Unlike Terms)** कहलाते हैं। जैसे- व्यंजक $2xy - 3x + 5xy - 4$, में पदों $2xy$ और $5xy$ को देखिए। $2xy$ के गुणनखंड $2, x$ और y है। $5xy$ के गुणनखंड $5, x$ और y हैं। इस प्रकार, इनके बीजीय गुणनखंड एक ही हैं और इसीलिए ये **समान पद** हैं। इसके विपरीत, पदों $2xy$ और $-3x$ में भिन्न-भिन्न बीजीय गुणनखंड हैं। ये **असमान पद** हैं। इसी प्रकार, पद $2xy$ और 4 असमान पद हैं। साथ ही, $-3x$ और 4 भी असमान पद हैं।

9.2.5 व्यंजकों के प्रकार

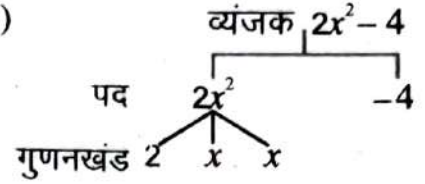
1. **एकपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिसमें केवल एक पद हो एकपदी व्यंजक कहलाता है। जैसे $-9x$, $3x^2$, y , $8xy$, 8 , 0 , $3(x+y)$ आदि।
2. **द्विपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिसमें केवल दो पद होते हैं, द्विपदी व्यंजक कहलाते हैं। जैसे- $3x+2y$, x^2-9 , a^2+ab आदि।
3. **त्रिपदी व्यंजक**— वैसे व्यंजक जिनके केवल तीन पद होते हैं, त्रिपदी व्यंजक कहलाते हैं। जैसे- $9x^2-3x+2$, $x+y+z$ आदि।
4. **बहुपद व्यंजक**— सामान्यतः वैसे व्यंजक जिसमें एक या एक से अधिक पद होते हैं, बहुपद कहलाते हैं।

उदाहरण-1. पेड़ आरेख विधि द्वारा (a) $(3x-4)$ एवं (b) $2x^2-4$ का गुणनखंड ज्ञात करें।

हल : (a)

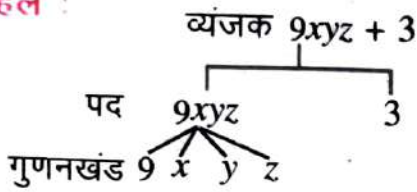


(b)



उदाहरण-2. $9xyz+3$ में $x, xy, xyz, 9xy, 9xz, 9yz$ का गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल :



- (a) x का गुणांक = x को छोड़कर शेष पद = $9yz$
 (b) xy का गुणांक = xy को छोड़कर शेष पद = $9z$
 (c) xyz का गुणांक = $x y z$ को छोड़कर शेष पद = 9
 (d) $9xy$ का गुणांक = $9xy$ को छोड़कर शेष पद = z
 (e) $9xz$ का गुणांक = $9xz$ को छोड़कर शेष पद = y
 (f) $9yz$ का गुणांक = $9yz$ को छोड़कर शेष पद = x

उदाहरण-3. कारण सहित बताइए कि पदों के निम्नलिखित युग्मों के कौन-कौन से युग्म समान पदों के हैं तथा कौन-कौन से युग्म असमान पदों के हैं—

- (i) $3ab, 3b$ (ii) $3a, -21b$ (iii) $17a, -6a$ (iv) $3^2b, 2ab^2$

हल :

क्र.	पद युग्म	गुणनखंड	बीजीय गुणनखंड	समान/ असमान	कारण
(i)	$3ab,$ $3b$	$3 \times a \times b$ $3 \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	चर a दूसरे पद में नहीं है
(ii)	$3a,$ $-21b$	$3 \times a$ $-21 \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	बीजीय गुणनखण्ड भिन्न-भिन्न है
(iii)	$17a,$ $-6a$	$17 \times a$ $-6 \times a$	समान	समान	दोनों बीजीय गुणनखंड समान
(iv)	$3a^2b,$ $3ab^2$	$3 \times a \times a \times b$ $3 \times a \times b \times b$	भिन्न-भिन्न	असमान	चर तो एक जैसी है किन्तु उनकी घातें असमान है।

उदाहरण - 4. निम्नलिखित व्यंजकों में से एकपदी, द्विपदी, त्रिपदी व्यंजकों को अलग करें।

$$6x+9, x+y+1, 9x, 8x^2+7x+2, 2, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 8y^2, 2xy, 3x^2y-1$$

हल : एकपदी व्यंजक - $9x, 2, 8y^2, 2xy$

द्विपदी व्यंजक - $6x+9, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 3x^2y-1$

त्रिपदी व्यंजक - $x+y+1, 8x^2+7x+2$

प्रश्नावली-9.1

1. निम्नलिखित व्यंजकों में से चर एवं अक्षर जाँचें।

(a) $5x+2$ (b) $2ab+1$ (c) $2x^2y-1+2x$

(d) m^2-n^2-1 (e) $9x^2yz$

2. निम्नलिखित व्यंजकों के पदों को पहचानिए।

(a) x^2+2x+1 (b) $8a^2+11ab-2b^2$ (c) $9p^2-4q$

(d) a^2b^2-9 (e) $8ab-3b$

उपर्युक्त प्रश्न में दिये गये सभी व्यंजकों के पदों का गुणनखंड पेड़ आरेख विधि से प्राप्त करें। प्रत्येक स्थिति में ये भी बताइये कि व्यंजक का निर्माण कैसे किया गया है?

3. $12x^2y$ में (i) x^2y , (ii) x तथा y का गुणांक बताइए।

4. निम्नलिखित पद युग्मों में से समान पदों को एकत्रित करें।

$$9x^2y, 8xy^2, 3ab, -7ba, 7ab^2, -4b^2, 7a, 7, 11a, -11a^2, 2xy, -2xy, 8ab, -2a, -2, 1, -x, 3x, 8x, 8$$

5. नीचे दी गई स्थितियों में व्यंजक xy को x और y के गुणनखंड का प्रयोग करके द्विपदी व्यंजक प्राप्त कीजिए। यह भी बताइये कि क्या यह एकपदी व्यंजक है या त्रिपदी?

(a) x के दुगुने से y कम

(b) a में स्वयं से गुणा करके 3 घटाया गया है तथा फिर उसमें से a का तीन गुणा घटाया गया है।

- (c) m एवं n के गुणनफल का तीन गुणा
 (d) a का स्वयं से गुणा करके b से गुणा किया गया और उसमें a का सात गुणा घटाकर उसमें 6 को जोड़ा गया है।
 (e) a^2 के तीन गुने में a का दो गुणा घटाया गया है।

9.3 बीजीय व्यंजकों पर संक्रियाएँ

सपना के पास कलम के तीन डिब्बे हैं, यदि प्रत्येक डिब्बे में 2 कलमों हों तो कलमों की

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 2 + 2 + 2 \quad \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} \\ &= 2 \times 3 \quad 3 \times \boxed{\text{pen}} \\ &= 6 \quad \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} \end{aligned}$$

यदि डिब्बों की संख्या 5 हो तो कलमों की कुल

$$\begin{aligned} \text{संख्या} &= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \quad \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} + \boxed{\text{pen}} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

यदि डिब्बों की संख्या n हो तो कलमों की

$$\begin{aligned} \text{कुल संख्या} &= 2 + 2 + 2 + \dots \dots \dots n \text{ बार} \\ &= 2 \times n \\ &= 2n \end{aligned}$$

$\therefore (2n \text{ का गुणनखंड } 2 \times n \text{ है})$

इसी प्रकार यदि एक डिब्बे में n कलम हों तो 8 डिब्बे में कलमों की कुल संख्या $= 8n$

अब यदि प्रत्येक डिब्बे में n कलम वाले 3 डिब्बों एवं प्रत्येक डिब्बे में n कलम वाले 8 डिब्बों के कुल कलमों को जोड़ा जाय तो,

$$\begin{aligned} \text{कुल कलमों की संख्या} &= 3n + 8n \\ &= (n + n + n) + (n + n + n + n + n + n + n + n) \\ &= 11 \times n \\ &= 11n \end{aligned}$$

यहाँ समान पदों $3n$ एवं $8n$ को जोड़ने पर योगफल $11n$ आता है। यहाँ $3n$ का 3 , $8n$ का 8 एवं योगफल $11n$ का गुणांक 11 है। हम देखते हैं कि पदों के गुणांकों का जोड़ $(3+8)$, योगफल के गुणांक 11 के बराबर होता है, इससे यह स्पष्ट होता है कि बीजीय व्यंजक के योगफल में समान पदों के गुणांक आपस में जुड़ जाते हैं। इसी प्रकार बीजीय व्यंजक के घटाने में समान पदों के गुणांक घट जाते हैं। जैसे— $7x$ में से $3x$ घटाने के लिए $7x$ के गुणांक 7 में से $3x$ के गुणांक 3 को घटाकर आये मान को बीजीय गुणनखंड के साथ लिखते हैं। यानी $7x - 3x = 4x$

किसी पद को घटाने का अर्थ होता है उसके योज्य प्रतिलोम का जोड़ना। अतः हम कह सकते हैं कि घटाना सामान्यतः जोड़ने की ही क्रिया है।

उदाहरण-5. (i) $7x$ में $-3x$ को घटावें (ii) $-7x$ में से $-3x$ को घटावें

हल :

$$7x - (-3x)$$

$$\because -1 \times (-3) = 3$$

$$= 7x + 3x$$

$$= 10x$$

हल :

$$-7x - (-3x)$$

$$= -7x + 3x$$

$$(\because -7 + 3 = -4)$$

$$= -4x$$

$(-3x$ का योज्य प्रतिलोम $+3x$ है)

(iii) $-7x$ में $-3x$ को जोड़िये।

हल :

$$-7x + (-3x)$$

$$\because +1 \times (-3) = -3$$

$$= -7x - 3x$$

$$\because -7 - 3 = -10$$

$$= -10x$$

(iv) $8x, -3x, 7x$ को जोड़िए।

हल :

$$8x + (-3x) + 7x$$

$$= 8x - 3x + 7x$$

$$= 8x + 7x - 3x$$

$$= 15x - 3x$$

$$= 12x$$

(v) $-12m, 6m, -7m$ एवं $4m$ को जोड़िये।

हल :

$$-12m + 6m + (-7m) + 4m$$

$$= -12m + 6m - 7m + 4m$$

$$= -12m - 7m + 6m + 4m$$

$$= -19m + 10m$$

$$= -9m$$

$(\because -12m - 7m = -19m)$
 $(6m + 4m = 10m)$

अभी तक हमने समान पदों वाले व्यंजकों के जोड़ एवं घटाव को जाना। अब जरा बताइये यदि रंजना के पास 3 गायें एवं 2 भैंसे हो, शौकत के पास 4 गायें एवं 5 भैंसे हों तो, रंजना एवं शौकत के पास कुल जानवरों की संख्या

$$\begin{aligned}
 &= \text{रंजना के जानवर} + \text{शौकत के जानवर} \\
 &= (3 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंसे}) + (4 \text{ गायें} + 5 \text{ भैंसे}) \\
 &= 3 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंसे} + 4 \text{ गायें} + 5 \text{ भैंसे} \\
 &= 3 \text{ गायें} + 4 \text{ गायें} + 2 \text{ भैंसे} + 5 \text{ भैंसे} \\
 &= 7 \text{ गायें} + 7 \text{ भैंसे}
 \end{aligned}$$

यह स्पष्ट है कि रंजना एवं शौकत के पास कुल 14 जानवर हैं जिनमें 7 गाय एवं 7 भैंसे हैं। हम यह नहीं कह सकते कि उनके पास 14 गायें हैं या 14 भैंसे हैं।

इस उदाहरण से यह स्पष्ट होता है कि जोड़ने एवं घटाने की क्रिया समान पदों के बीच ही होती है। असमान पद होने पर जोड़ने एवं घटाने के लिए पदों को जोड़ के चिह्न या घटाव के चिह्न के साथ लिखते हैं <https://www.evidyarthi.in/>

बीजीय व्यंजकों को जोड़ने-घटाने में,

1. समान एवं असमान पदों को पहचान करते हैं।
2. समान पदों को उनके चिह्न के साथ एक साथ लिखते हैं।
3. सामान्य पूर्णांकों की तरह उन समान पदों को एक साथ जोड़ते-घटाते हैं।
4. फिर यदि एक या अधिक असमान पद बचते हैं तो उन्हें उनके गुणांक के चिह्न के साथ संयोजित कर लिख देते हैं।

उदाहरण-6. (i) $5x + 6y$ में $8x + 9y$ को जोड़िये।

हल : $(5x + 6y) + (8x + 9y)$
 $= 5x + 6y + 8x + 9y$
 $= 5x + 8x + 6y + 9y$ (समान पदों को एक साथ लिखकर पुनर्व्यवस्थित किया गया)
 $= 13x + 15y$ हल प्राप्त हुआ।

इन व्यंजकों को हम सामान्य स्तम्भ वाले जोड़ों की तरह भी जोड़ सकते हैं। इसके लिए हम व्यंजकों को एक के नीचे एक करके इस प्रकार रखते हैं कि समान पद एक ही सीध में हो।

$$\begin{array}{r}
 5x + 6y \\
 8x + 9y \\
 \hline
 13x + 15y
 \end{array}$$

(ii) $7ab + 4a$ में $a + 8ba$ को जोड़िए।

हल : $(7ab + 4a) + (a + 8ba)$
 $= 7ab + 4a + a + 8ba$
 $= 7ab + 4a + a + 8ab$ ($\because ab = a \times b = b \times a = ba$)
 $= 7ab + 8ab + 4a + a$ ($a = 1a$)
 $= 15ab + 5a$

दूसरी विधि.

$7ab + 4a$	$7ab + 4a$	$7ab + 4a$
<u>$a + 8ba$</u>	या <u>$8ba + a$</u>	या <u>$8ab + a$</u>
		$15ab + 5a$

(iii) $13m^2 - 4xy$ में $12xy + 4m^2$ को घटावें

हल : $(13m^2 - 4xy) - (12xy + 4m^2)$
 $= 13m^2 - 4xy - 12xy - 4m^2$
 $= 13m^2 - 4m^2 - 4xy - 12xy$
 $= 9m^2 - 16xy$

कोष्ठक के पहले ऋण चिह्न है। कोष्ठक खुलने पर प्रत्येक पद में -1 से गुणा होता है जिससे पदों के चिह्न बदल जाते हैं।

दूसरी विधि :

$$\begin{array}{r} 13m^2 - 4xy \\ 4m^2 + 12xy \\ - \quad - \\ \hline 9m^2 - 16xy \end{array}$$

चिह्न बदलने पर

(iv) $3x - y + 6$ में से $x - y$ घटाइये।

हल : $(3x - y + 6) - (x - y)$
 $= 3x - y + 6 - x + y$
 $= 3x - x - y + y + 6$
 $= 2x + 6$

\because (कोष्ठक के पहले ऋण चिह्न है इसलिए कोष्ठक खुलने पर पदों के चिह्न बदल गये।)
 $(-y + y = 0)$

(v) $3a + 4b - 7$ में $8a^2 + 4b^2$ को जोड़िए।

हल : $(3a + 4b - 7) + (8a^2 + 4b^2)$

$$= 3a + 4b - 7 + 8a^2 + 4b^2$$

$$= 3a + 4b - 7 + 8a^2 + 4b^2 = 8a^2 + 4b^2 + 3a + 4b - 7$$

यहाँ दोनों व्यंजकों में कोई पद समान नहीं है। अतः संक्रिया के बाद पदों की संख्या बढ़ जाती है।

प्रश्नावली-9.2

1. निम्नलिखित व्यंजकों को जोड़ें-

(a) $6ab$ एवं $7ba$

(b) $8x^2y$ एवं $-4x^2y$

(c) x एवं $y - 4$

(d) $x - y, y - z$ एवं $z - x$

(e) $3ab - b$ एवं $3b - ab$

(f) $x^2 - y^2$ एवं $y^2 - x^2$

(g) $a^2 + 2ab + b^2$ एवं $a^2 - 2ab + b^2$

(h) $a^2b + ab + ab^2$ एवं $-ab + 2ba + 2a^2b^2$

(i) $3x + 11 + 8z$ एवं $5x - 7$

(j) $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2$ एवं $1 - x^2 - y^2$

2. घटाइये-

(a) $3a^2$ में से $-7a^2$

(b) $a^2 + b^2$ में से $a^2 - b^2$

(c) $a^2 + 2ab + b^2$ एवं $a^2 - 2ab + b^2$

(d) $b(8 - a)$ में से $a(b - 3)$

(e) $3xy - 2x^2 - 2y^2$ में से $5x^2 - 7xy + 5y^2$

3. सरल करें-

(a) $4xy - 7x^2y - 6xy + 2yz^2 - 4y^2z - 3yz^2$

(b) $a^2 + ab + b^2 + a^2 + b^2 - ab + 3$

4. $x^2 + y^2$ प्राप्त करने के लिए $2x^2 + y^2 - 3$ में क्या जोड़ें।

5. $a + b + c$ प्राप्त करने के लिए $7a - 8b$ में क्या घटाना चाहिए।
6. यदि सुनील ने a रु. की दर से 5 कलम b रु. की दर से 7 पेंसिलें एवं पुनः a रु. की दर से 10 कलम एवं b रु. की दर से 3 पेंसिलें खरीदीं तो उसने कुल कलम एवं पेंसिल खरीदने में कितने रुपये खर्च किये?

9.4 बीजीय व्यंजकों का गुणा

शालिनी के पास 3 डिब्बे हैं प्रत्येक में 4 कलम है तो कुल कलमों की संख्या क्या होगी?

$$\begin{array}{l}
 \boxed{\begin{array}{c} \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \\ \text{pen} \end{array}} \\
 = 4 + 4 + 4 \\
 = 3 \times 4 \\
 = \text{डिब्बों की संख्या} \times \text{प्रत्येक डिब्बे में कलमों की संख्या}
 \end{array}$$

यदि शालिनी के पास डिब्बों की संख्या x हो एवं प्रत्येक डिब्बे में y कलम हो तो कुल कलम

$$= x \times y$$

पुनः यदि मान लें कि शालिनी के पास $2x$ डिब्बे हैं एवं प्रत्येक डिब्बे में $3y$ कलम है तो कुल कलम

$$\begin{aligned}
 &= 2x \times 3y \\
 &= 2 \times 3 \times x \times y \\
 &= 6xy
 \end{aligned}$$

फिर यदि मान लें कि शालिनी के पास $2m$ डिब्बे हों एवं प्रत्येक डिब्बे में $3m$ कलम हो तो कुल कलम

$$\begin{aligned}
 &= 2m \times 3m \\
 &= 2 \times 3 \times m \times m \\
 &= 6m^2
 \end{aligned}$$

इस प्रकार हमने देखा कि व्यंजकों का गुणा वास्तव में उनके पदों का गुणा होता है जिसमें पदों के गुणांकों का गुणा आपस में एवं चरों का गुणा आपस में होता है।

— अब जरा सोचिये कि इन बीजीय व्यंजकों के गुणा का उपयोग हम कहाँ-कहाँ करते हैं?

उदाहरण कर

नीचे दिये गये व्यंजकों के गुणनफल पैटर्न के आधार पर रिक्त स्थानों में भरें—

क्र.	प्रथम व्यंजक	द्वितीय व्यंजक	प्रथम व्यंजक × द्वितीय व्यंजक	द्वितीय व्यंजक × प्रथम व्यंजक	गुणनफल
1.	x	y	$x \times y$	$y \times x$	xy
2.	x	5			
3.	a	$2a$			
4.	-3	$3m$			

उपर्युक्त उदाहरण के आधार पर हम यह समझ सकते हैं कि व्यंजकों का गुणा पूर्णाकों के गुणा के ही समान है एवं इसमें गुणा के सामान्य नियमों का पालन होता है।

व्यंजकों के गुणा करते समय पूर्णाकों के गुणा की निम्न बातों पर ध्यान दिया जाना चाहिए।

(i) धन पूर्णाकों को धन पूर्णाक से गुणा करने पर धन पूर्णाक प्राप्त होता है—

$$(+a) \times (+b) = +ab$$

(ii) धन पूर्णाक को ऋण पूर्णाक से गुणा करने पर ऋण पूर्णाक प्राप्त होता है—

$$(+a) \times (-b) = -ab$$

(iii) ऋण पूर्णाक को ऋण पूर्णाक से गुणा करने पर धन पूर्णाक प्राप्त होता है।

यदि बहुपदी व्यंजक है तो $(-a) \times (-b) = +ab$

पहले व्यंजक के प्रत्येक पद से दूसरे व्यंजक के प्रत्येक पद में गुणा किया जाना चाहिए।

$a \times (b+c)$ हो तो a से व्यंजक $(b+c)$ के दोनों पदों b एवं c में गुणा किया जाना चाहिए।

गुणा करें—

- (a) a एवं $(b+c)$ का (b) a एवं $(b-c)$ का (c) $-3m$ एवं $(-6m-7n)$ का
 (d) xy एवं $(9+8x)$ का (e) $-x$ एवं $(4x-y)$ का

- हल : (a) $(a) \times (b + c) = a \times b + a \times c$
 $= ab + ac$
- (b) $(a) \times (b - c) = a \times b - a \times c$
 $= ab - ac$
- (c) $(-3m) \times (-6m - 7n) = (-3m) \times (-6m) - (-3m) \times 7n$
 $= +18m^2 + 21mn$
 $= 18m^2 + 21mn$
- (d) $(xy) \times (9 + 8x) = xy \times 9 + xy \times 8x$
 $= 9xy + 8x^2y$
- (e) $(-x) \times (4x - y) = (-x) \times (4x) - (-x) \times y$
 $= -4x^2 + xy$

प्रश्नावली-9.3

1. नीचे दिए गए बीजीय व्यंजकों का गुणा कीजिए-

- (a) $(7a + 2b)(a + 4b)$ (b) $(x - 6)(4x + 9)$
(c) $(5x - 1)(3y - 8)$ (d) $(a^3 - b^3)(a - b)$
(e) $(0.7x - 0.2y)(1.5x - 3y)$ (f) $(3a^2 + 5a - 9)(3a - 9)$
(g) $(-x - y)(-x - y)$ (h) $(x^2 - 5x + 8)(x^2 + 3)$
(i) $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y)(x - y)$ (j) $(3pq - 3q)(3q - 7pq)$

2. सरल करें-

- (a) $(a + b)(a - b) + (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
(b) $a^3 - b^3 + (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
(c) $m^2 - n^2 - (m - n)(m + n)$
(d) $(2a + 5b)(3b + 4a) - (7a + 3b)(2a + b)$

हमने सीखा

1. अज्ञात संख्या को अक्षर संकेतों द्वारा लिखे जाते हैं जिन्हें चर कहते हैं। चरों के मान बदल सकते हैं।
2. अचरों के मान निश्चित होते हैं।
3. चरों, अचरों या दोनों के गणितीय संक्रियाओं द्वारा बीजीय व्यंजक प्राप्त किये जाते हैं।
4. बीजीय व्यंजक पदों से मिलकर बने होते हैं जो चर एवं अचर के गणितीय संक्रियाओं के द्वारा बने होते हैं।
5. पदों के सांख्यिक गुणनखंड को पद का गुणांक कहते हैं।
6. यदि पदों का बीजीय गुणनखंड समान हो तो वे समान पद होते हैं।
7. यदि पदों का बीजीय गुणनखंड असमान हो तो वे असमान पद होते हैं।
8. बीजीय व्यंजक में पदों की संख्या के आधार पर उन्हें एक पदी, द्विपदी, त्रिपदी या बहुपद के प्रकार में बाँटा जाता है।
9. व्यंजक को बहुपद भी कहते हैं।
10. जिन व्यंजकों में एक चर होते हैं वे एक चर वाले व्यंजक कहलाते हैं, जिन व्यंजकों में दो चर होते हैं वे दो चर वाले व्यंजक होते हैं।
11. दो समान पदों का जोड़ (या घटाव) एक अन्य समान पद होता है जिसका गुणांक उन समान पदों के गुणांकों के जोड़ (या घटाव) के बराबर होता है।
12. असमान पदों को जोड़ते (या घटाते) समय उन्हें वैसे ही छोड़ दिया जाता है।
जैसे— $3x + 2y = 3x + 2y$
13. जब हम दो या अधिक व्यंजकों को जोड़ते या घटाते हैं तो वास्तव में हम उनके समानपदों को जोड़ते या घटाते हैं एवं असमान पदों को ज्यों का त्यों छोड़ देते हैं।
14. व्यंजकों के गुणा में चरों का चरों के साथ एवं अचरों का अचर के साथ गुणा करते हैं।
15. यदि किसी चर का अचर के साथ गुणा हो तो उन्हें आपस में गुणा चिह्न के साथ लिख देते हैं जैसे $2 \times x = 2x$ ।