



### 11.1 बौद्धिक खेल

अंजू, अफसाना, मुमताज एवं मुकेश अपने वर्ग कक्ष में साथियों के साथ एक बौद्धिक-खेल खेल रहे थे। खेल में अंजू ने मुमताज से कोई संख्या सोचने को कहा। सोची हुई संख्या में 5 से गुणा करके गुणनफल में 4 जोड़ने और परिणाम बताने को कहा।



मुमताज ने कहा परिणाम 29 है। अंजू ने तुरंत बताया कि सोची गई संख्या 5 है। मुमताज ने कहा मैंने 5 ही सोचा था।

मुमताज और वर्ग के सभी छात्र आश्चर्यचकित रह गए और सोचने लगे कि क्या अंजू जादू जानती है? आखिर अंजू ने मुमताज के मन में सोची गई संख्या को कैसे जान लिया? अफसाना को कुछ शंका हुई। उसने अंजू से कहा मैंने एक और संख्या सोची है, उसे बता दो। अंजू ने वही प्रक्रिया दोहराई। और परिणाम जानना चाहा। अफसाना ने कहा परिणाम 154 है। अंजू ने तुरंत कहा सोची गई संख्या 30 है।

प्रत्येक व्यक्ति यह जानना चाहता था कि आखिर अंजू ने सोची गई संख्या को कैसे ज्ञात कर लिया। क्या आप बता सकते हैं अंजू ने अज्ञात संख्या (सोची गई संख्या) को कैसे ज्ञात किया।

आइये हम इसे समझने का प्रयास करें।

मुमताज ने कोई संख्या सोची वो संख्या 1, 2, 3..... में से कुछ भी हो सकती है। वह संख्या हमें ज्ञात नहीं है। अतः ऐसी संख्या के लिए हम एक चर ( $x$ ) लेते हैं (चर के रूप में हम कोई अक्षर संकेत ले सकते हैं)। अब  $x$  में 5 से गुणा करके 4 जोड़ने पर प्राप्त व्यंजक  $(5x+4)$  है, जो 29 के बराबर है।

अर्थात्  $5x + 4 = 29$

व्यंजक  $(5x+4)$  में  $x$  का मान यदि 1 होता तो

$$\begin{aligned}\text{व्यंजक} &= 5 \times 1 + 4 \\ &= 5 + 4 \\ &= 9\end{aligned}$$

यदि  $x = 2$  हो तो व्यंजक  $= 5 \times 2 + 4 = 14$

यदि  $x = 3$  तो व्यंजक  $5 \times 3 + 4 = 19$

यदि  $x = 4$  तो व्यंजक  $= 5 \times 4 + 4 = 24$

यदि  $x = 5$  तो व्यंजक  $= 5 \times 5 + 4 = 29$

अतः उक्त परिस्थिति में हम देखते हैं कि प्रत्येक अलग  $x$  के मान के लिए परिणाम अलग आता है और मुमताज के द्वारा सोची गई संख्या 5 के लिए परिणाम 29 ही होगा। संभवतः यह खेल खेलते समय अंजू ने इन तथ्यों का जरूर ध्यान रखा होगा। हमने अब तक दो व्यंजक  $5x + 4$  एवं 29 देखे हैं और वे आपस में बराबर भी हैं। ऐसे दो व्यंजक जिनके बीच बराबर (=) का चिह्न होता है समीकरण कहलाता है। समीकरण में चिह्न के बाईं ओर के व्यंजक को समीकरण का बायाँ पक्ष (Left Hand Side) एवं दाहिने ओर के व्यंजक को समीकरण का दायीं पक्ष (Right Hand Side) कहलाता है। यदि LHS एवं RHS के बीच बराबर (=) के अलावा कोई अन्य चिह्न हो तो वह समीकरण नहीं होता है। जैसे—  $5x + 4 < 29$  एक समीकरण नहीं है। समीकरण के लिए अन्य अतिआवश्यक बात यह है कि दोनों पक्षों में से किसी पक्ष में एक अज्ञात राशि अवश्य होनी चाहिए। समीकरण के RHS व LHS को आपस में बदल देने पर समीकरण वही रहता है। जैसे—  $5x + 4 = 29$  या  $29 = 5x + 4$

## 11.2 एक चर वाले (रेखिक) समीकरण

इस प्रकार देखते हैं कि समीकरण वास्तव में व्यंजकों के चरों पर एक शर्त होता है और चर के विशेष मान के लिए समीकरण के दोनों पक्ष आपस में बराबर होते हैं। हम व्यंजक बनाना जानते हैं, आइये व्यंजकों को कुछ शर्त से जोड़कर समीकरण बनाते हैं।

1. एक संख्या का 6 गुना 30 है।

यदि मान लें कि वह संख्या  $x$  है तो

$$\text{संख्या का 6 गुना} = 6x$$

संख्या का 6 गुना 30 के बराबर है

$$\text{अतः } 6x = 30 \text{ (यह एक समीकरण हुआ)}$$

2. किसी संख्या का दोगुना उस संख्या के 5 गुने से 21 कम है।

यदि मान लें कि संख्या  $x$  है तो

संख्या का 2 गुना =  $2x$ , संख्या का 5 गुना =  $5x$

संख्या के 5 गुना से 21 कम =  $5x - 21$

संख्या का दो गुना यानी  $2x$ , संख्या के 5 गुनी से 21 कम के बराबर है

अतः  $2x = 5x - 21$  (यह एक समीकरण है।)

### प्र. समीकरण बनायें

(a) किसी संख्या का तिहाई 17 के बराबर है।

(b) सुनील की वर्तमान उम्र उसके 2 साल पहले के उम्र की तिगुनी है।

(c) अंजुम एवं उसके भाई के उम्र का योग 23 है। यदि अंजुम की उम्र 10 है तो उसके भाई की उम्र को  $m$  मानते हुए कथन को समीकरण में लिखिये।

जिन समीकरणों में एक चर होता है वह एक चर वाला समीकरण कहलाता है, दो या तीन चर होने पर वह दो या तीन चर वाला समीकरण कहलाता है।

### 11.1 समीकरण के हल

आइये हम पुनः मुमताज के उदाहरण को लें। मुमताज के द्वारा सोची गई संख्या को  $x$  मानने पर बना समीकरण  $5x + 4 = 29$  है। यह समीकरण  $x = 1$  के लिए  $L.H.S. \neq R.H.S.$

$$\therefore LHS = 5 \times 1 + 4 = 9$$

$$RHS = 29$$

इसी प्रकार  $x = 2, 3$  एवं  $4$  के लिए

$LHS \neq RHS$  है?

किन्तु  $x = 5$  के लिए  $LHS = 5x + 4 = 5 \times 5 + 4$

$$= 25 + 4$$

$$= 29$$

$$= RHS$$

यानी  $x = 5$  के लिए दोनों पक्ष बराबर हैं। अतः  $x$  के ऐसे मान जिसके लिए समीकरण का बायाँ पक्ष एवं दायाँ पक्ष बराबर होता है समीकरण का हल होता है।

समीकरण का हल, समीकरण के चरों की संख्या एवं उनके घात पर भी निर्भर करता है।

एक घात वाले समीकरण में चर का महत्तम घात 1 है। ऐसे समीकरण को रैखिक समीकरण भी कहते हैं। अतः यह स्पष्ट होता है कि उदाहरण में रैखिक समीकरण का हल निकालकर मुमताज के द्वारा सोची गई संख्या का पता लगा लिया।

### प्रश्नावली-11.1

1. संजू और कैलाश कंचे खेल रहे थे। संजू के पास  $x$  कंचे थे जबकि कैलाश के पास उसके दुगुने से 5 अधिक थे।

$$\text{संजू के कंचे} = x$$

$$\text{कैलाश के कंचे} = 2x + 5$$

बताइये—

- (i) यदि संजू के पास 5 कंचे हों तो कैलाश के पास कितने कंचे होंगे?
- (ii) यदि संजू के 8 कंचे हों तो कैलाश के कंचों की संख्या क्या होगी?
- (iii) यदि संजू के 17 कंचे हों तो कैलाश के कंचों की संख्या?
- (iv) यदि कैलाश के पास 23 कंचे हों तो संजू के कंचों की संख्या क्या होगी?
- (v) यदि कैलाश के पास 55 कंचे हो तो संजू के पास कितने कंचे होंगे?
- (vi) इन सवालों को करने के बाद तुम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हो?

2. निम्न में जो समीकरण है, उस पर घेरा लगाइये।

$$x + 2 = 5$$

$$3x$$

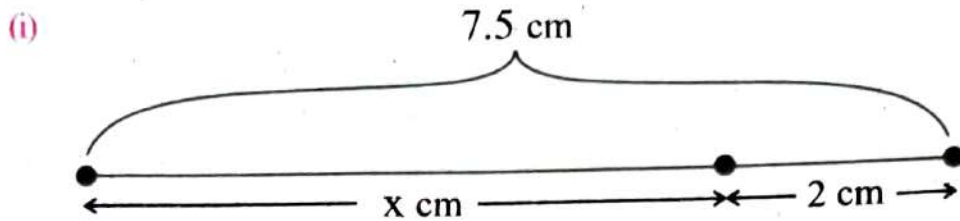
$$x + 5$$

$$x^{-2} + 5$$

$$4y + x$$

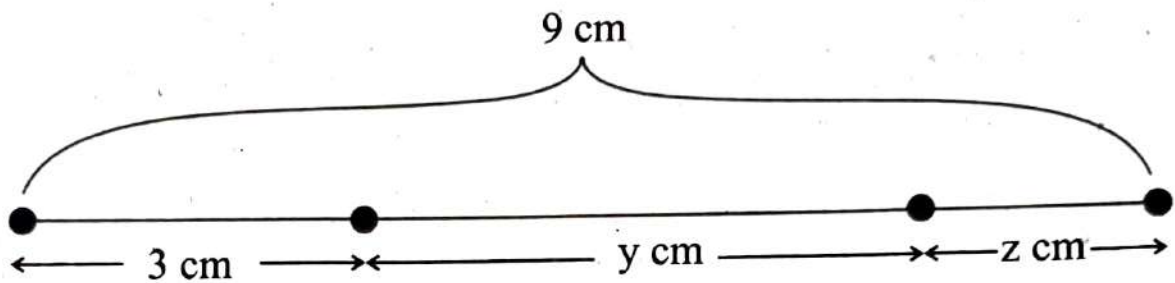
$$4x + 5 > 50$$

3. ठीक विकल्प पर सही का निशान (✓) लगाइये।



दिए गए रेखाखण्ड की लम्बाई निम्न में से क्या होगी?

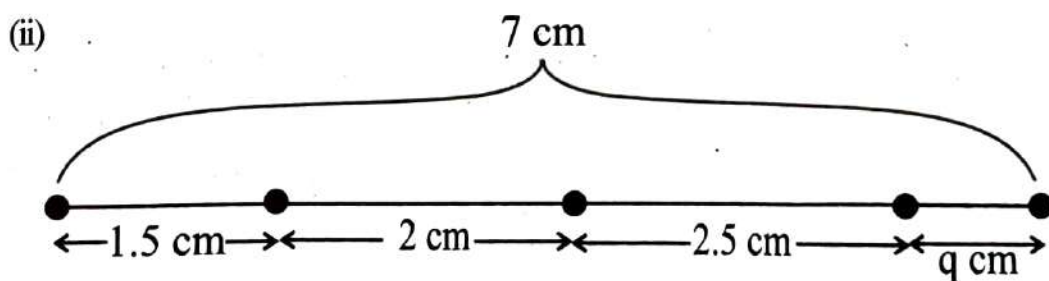
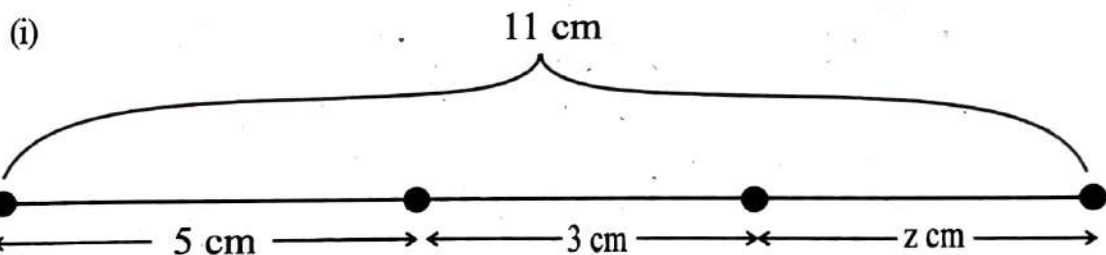
- |     |           |     |           |     |           |
|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|
| (a) | $x + 2$   | (b) | $x - 2$   | (c) | 7.5       |
| (d) | $x + 7.5$ | (e) | $x - 7.5$ | (f) | $7.5 - x$ |



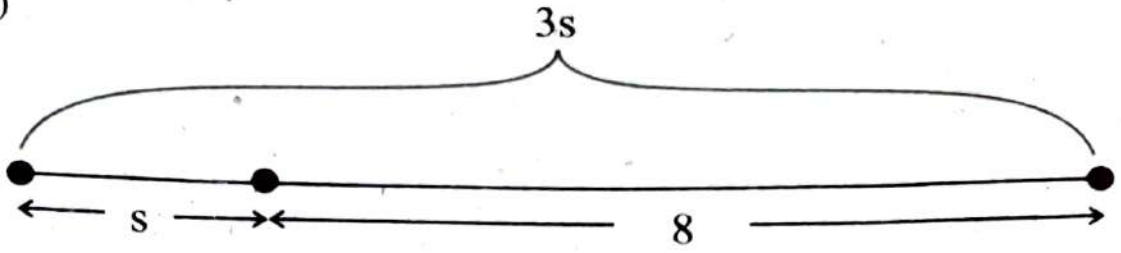
(ii) उपर्युक्त चित्र के आधार पर बताइये निम्न में से कौन सा सम्बन्ध सही है?

- |     |                 |     |                 |
|-----|-----------------|-----|-----------------|
| (a) | $3 + y - z = 9$ | (c) | $3 + y + z < 9$ |
| (b) | $3 + y + z > 9$ | (d) | $3 + y + z = 9$ |

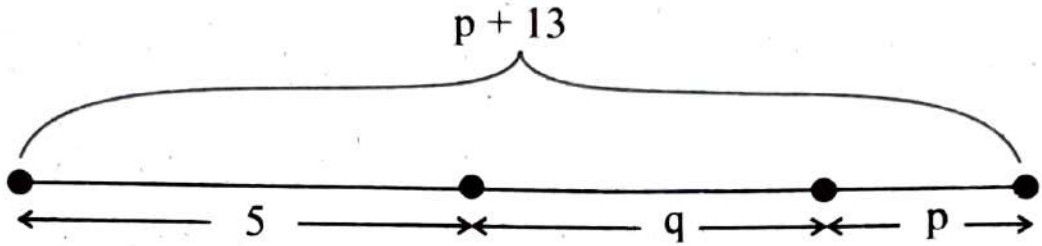
4. नीचे दिए गए रेखाखण्डों के लिए उपयुक्त समीकरण बनाइये।



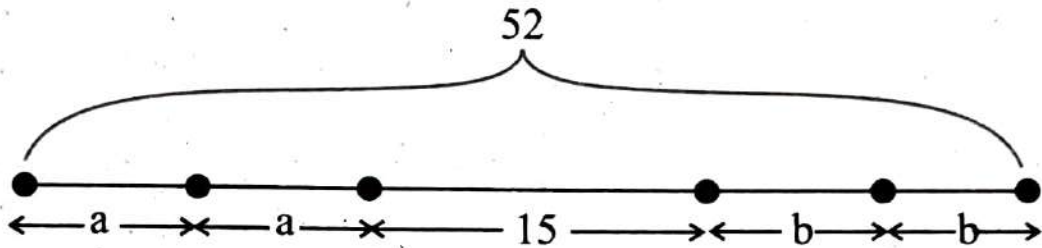
(iii)



(iv)



(v)



5. निम्न कथनों को समीकरण रूप में लिखिये।

- (i) किसी संख्या में 6 जोड़ने पर 37 प्राप्त होता है।
- (ii) किसी संख्या में 9 जोड़ने पर 25 प्राप्त होता है।
- (iii) किसी संख्या में  $\frac{4}{5}$  बढ़ाने पर  $\frac{29}{5}$  प्राप्त होता है।
- (iv) किसी संख्या के दुगुने में से 1 कम करने पर 13 प्राप्त होता है।
- (v) किसी संख्या के पाँचवें भाग में से 5 घटाने पर 33 प्राप्त होता है।
- (vi) किसी संख्या के एक तिहाई हिस्से में 10 जोड़ने से दुगुनी संख्या प्राप्त होती है।

सही/गलत

	<u><math>x</math> का मान</u>	हाँ / नहीं
(i) $x+2=7$	$x=5$	-----
(ii) $\frac{7x}{2}=21$	$x=8$	-----
(iii) $2x+3=19$	$x=4$	-----
(iv) $\frac{5x-2}{4}=2$	$x=2$	-----

अपने साथियों से चर्चा भी कीजिए कि  $x$  के किस मान से समीकरण संतुष्ट होता है।

सही/गलत

$$x - 2 = 3x - 8$$

$x$ का मान	बायां पक्ष $x-2$	दायां पक्ष $3x-8$
0		
1		
2		
3		

$x =$  \_\_\_\_\_

8. समीकरण के शीर्षक बिंदु  $x$  के मानों को खोजें।  
सही/गलत

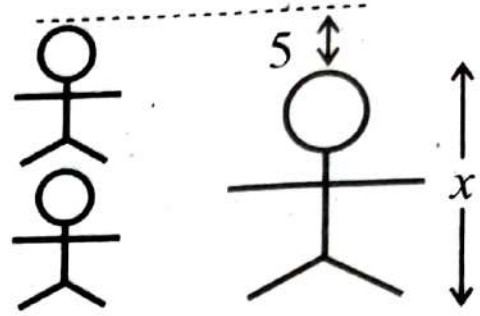
- (i)  $3x-1=-4 \Rightarrow x=1, 0, -1, 2$
- (ii)  $4x=-12 \Rightarrow x=3, 2, -3, 1$
- (iii)  $\frac{3x-1}{2}=1 \Rightarrow x=-1, 5, 4, 1$

$$(iv) \quad 9x^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = 1, \quad -1, \quad 2, \quad 3$$

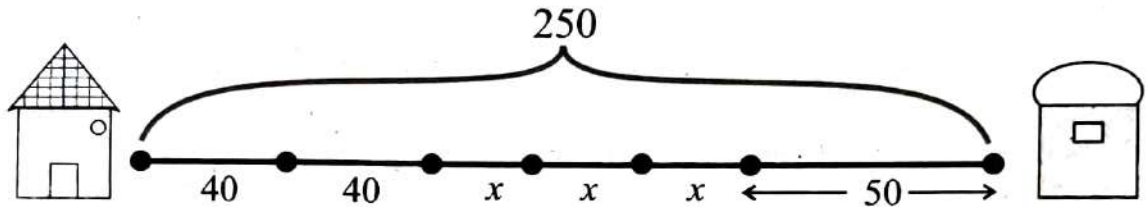
$$(v) \quad -2x + 5 = 13 \quad \Rightarrow \quad x = 4, \quad -4, \quad 2, \quad -2$$

9. नीचे दी गई परिस्थितियों के लिए उपयुक्त समीकरण बनाइये

- (i) निशू का कद 80 सेमी. है। उसकी माताजी उसके कद के दुगुने से 5 सेमी. कम है।



- (ii) सरोज के घर से डाकघर की दूरी 250 मीटर है। वह अपनी साइकिल पर घर से डाकघर के लिए निकलती है। प्रारम्भ के 2 मिनट तक वह अपनी साइकिल 40 मीटर प्रति मिनट एवं अगले 3 मिनट तक  $x$  मीटर प्रति मिनट की गति से चलती है। इसके बाद भी 50 मीटर की दूरी बचती है।



10. निम्न समीकरण को कथन रूप में लिखिये-

(i)  $x - 5 = 7$       (ii)  $x + 2 = 3$       (iii)  $2x = 4$

(iv)  $\frac{x}{3} = 5$       (v)  $\frac{x+1}{8} = 5$

11.4 एक समीकरण को हल करना या हल ज्ञात करना

आइये हम भी जानने का प्रयास करें कि कैसे अंजू ने अज्ञात संख्या ज्ञात कर लिया। समीकरण का हल ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित तथ्यों को ध्यान में रखना चाहिए। इस

- (i) संख्यात्मक समिका पर विचार कीजिए-

$$7 - 4 = 2 + 1$$



यह सत्य है क्योंकि दोनों पक्षों का मान बराबर है अर्थात् दोनों ओर हल करने पर 3 प्राप्त होता है।

आइए दोनों पक्षों में 5 जोड़ते हैं। क्या कोई अन्तर पड़ा?

$$7 - 4 + 5 = 2 + 1 + 5$$

बायाँ पक्ष  $7 - 4 + 5 = 3 + 5 = 8$

दायाँ पक्ष  $2 + 1 + 5 = 8$

निःसंदेह कोई अंतर नहीं आया चूँकि समीकरण भी एक समिका ही है तथा उसके बीजीय पद किसी न किसी संख्या को निरूपित करते हैं। अतः समीकरण का दोनों पक्षों में हम समान संख्या जोड़ या घटा सकते हैं, इससे परिणाम प्रभावित नहीं होते हैं।

(ii) क्या दोनों ओर गुणा करने से अन्तर पड़ेगा?

$$(7 - 4) \times 2 = (2+1) \times 2$$

बायाँ पक्ष  $3 \times 2 = 6$ , दायाँ पक्ष  $3 \times 2 = 6$ , स्पष्ट है गुणा करने से भी अन्तर नहीं आता, आप भाग करके देखें। अतः समीकरण में शून्य के अलावा कोई अन्य संख्या से हम दोनों पक्षों में गुणा या भाग कर सकते हैं। इससे समीकरण के दोनों पक्षों का मान समान ही रहता है।

मान लीजिए हम नियम का पालन नहीं करते और भिन्न-भिन्न संख्या जोड़ते हैं तब क्या होगा—

$$7 - 4 + 3 = 2 + 1 + 5$$

बायाँ पक्ष  $= 7 - 4 + 3 = 3 + 3 = 6$  एवं दायाँ पक्ष  $2 + 1 + 5 = 3 + 5 = 8$  जो कि बराबर नहीं है। अतः अलग-अलग संख्या नहीं जोड़ सकते।

क्या हम एक तरफ जोड़ व दूसरी तरफ घटा कर सकते हैं, जाँच कीजिए।

और इस तरह जिस चर का मान ज्ञात करना है उसको बराबर चिह्न के एक तरफ करते हैं।

अब उपर्युक्त विधि का सहारा लेकर हम अंजू द्वारा किये गये हल को देखें।

अंजू के सामने एक समीकरण है  $5x + 4 = 29$

समीकरण के दोनों पक्षों में से हम 4 घटाते हैं।

इस प्रकार नया बायाँ पक्ष  $= 5x + 4 - 4 = 5x$

$$\text{नया दायाँ पक्ष} = 29 - 4 = 25$$

दोनों पक्षों में समान राशि घटाई गई है। अतः नया समीकरण  $5x = 25$

अब दोनों पक्षों में 5 से भाग करते हैं।

$$\text{इस प्रकार नया समीकरण} \quad 5x \div 5 = 25 \div 5$$

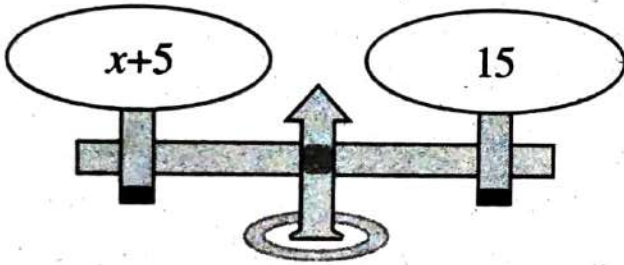
$$\Rightarrow x = 5$$

(क्योंकि दोनों पक्षों में शून्य के अलावा समान राशि 5 से भाग किया गया है।)

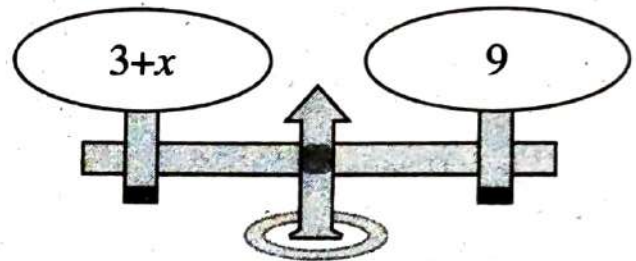
यही अज्ञात संख्या मूमताज ने सोच रखी थी। अंजू ने दिये गए कथन से एक समीकरण बनाया तथा उपर्युक्त विधि से उसका हल ज्ञात किया। क्या आप अब यह बता सकते हैं कि यदि किसी ने परिणाम में 69 बताया हो तो उसके द्वारा सोची गई संख्या क्या होगी?

### प्रश्नावली-11.2

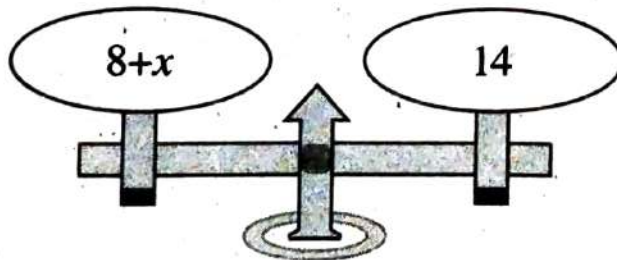
1. तुला संतुलन में है तो  $x$  का भार बताओ?



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + 5 = 8$$



अगर हमें  $x$  का मान पता करना है, तो क्या करेंगे?

हम उतनी ही संख्या दोनों पक्षों में जोड़ेंगे/घटाएँगे कि केवल चर राशि ही शेष रहे।



$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$

$$\text{अतः } x + 0 = 3$$

$$\text{अतः } x = \underline{\hspace{2cm}}$$

उदाहरण को हल कीजिये—

(i)  $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(ii)  $x - 8 = 2$

(iii)  $x - 1 = 5$

(iv)  $x + 3 = -5$



लेकिन अगर समीकरण इस रूप में हुआ तो?

$$\frac{x}{3} = 6$$

(i) आप बताइये, केवल चर राशि बचाने के लिए क्या करेंगे?

-----

(ii) समीकरण को हल करने पर  $x$  का मान क्या होगा?

-----

हमें चर राशि चाहिए तो दोनों पक्षों में 3 गुणा कर देंगे।



4. कॉलम 'अ' में दिए गए समीकरणों को हल करने के लिए कॉलम 'ब' में दी गई किस संक्रिया को अपनाएँगे? सही मिलान कीजिये-

कॉलम 'अ'

(i)  $x - 5 = 7$

(ii)  $x + 2 = 3$

(iii)  $2x = 4$

(iv)  $\frac{x}{3} = 5$

(v)  $\frac{x}{8} = 5$

कॉलम 'ब'

दोनों पक्षों में 3 से गुणा

दोनों पक्षों में 8 से गुणा

दोनों पक्षों में से 2 घटाना

दोनों पक्षों में 5 जोड़ना

दोनों पक्षों में 2 का भाग

5. (अ) नीचे दिए गए समीकरणों को हल कीजिए व रिक्त स्थान भरिए -

(i)  $\frac{x}{4} = 2$

$\frac{x}{4} \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$

(ii)  $3x = 15$

$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$

$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$

(iii)  $9x = 15$

$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$

(iv)  $\frac{l}{2} = 7$

$\therefore l = \underline{\hspace{2cm}}$

(v)  $\frac{l+5}{2} = 3$

$\frac{l+5}{2} \times 2 = 3 \times 2$

$l+5 = 6$

$l = \underline{\hspace{2cm}}$

(ब) समीकरणों को हल कीजिए—

(i)  $3a + 4 = 10$       (ii)  $\frac{5x+10}{4} = 20$       (iii)  $\frac{3x-8}{2} = 2$

6. दायीं ओर लिखे समीकरण का एक चरण हल कर बायीं ओर लिखा गया है। परन्तु वे ऊपर नीचे हो गए हैं। आप सही जोड़े मिलाइये—

(i)  $3x + 5 = -5$        $x = \left(\frac{-7}{5}\right) \times \frac{1}{5}$

(ii)  $5x - 7 = 2$        $x = \frac{9}{3}$

(iii)  $\frac{x}{5} = 2$        $5x = 2 + 7$

(iv)  $3x = 9$        $x + 1 = 3 \times 5$

(v)  $3 = 9x$        $x - 3 = \frac{9}{3}$

(vi)  $5x = \frac{-7}{5}$        $3x = -5 - 5$

(vii)  $3(x - 3) = 9$        $y^2 = (-6)\left(\frac{4}{3}\right)$

(viii)  $\frac{3}{x} = 7$        $3 = 7 \times x$

(ix)  $\frac{3y^2}{4} = -6$        $\frac{3}{9} = x$

(x)  $\frac{x+1}{5} = 3$        $x = 2 \times 5$

अब हम ऐसे समीकरणों को हल करने की कोशिश करते हैं जिनमें हमें दो संक्रियाएँ करने की आवश्यकता होती है, जैसे— निम्न उदाहरणों को देखें—

(a)  $3p - 10 = 5$                       (b)  $2q - 6 = 0$                       (c)  $\frac{3p}{10} = 6$

(d)  $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$                       (e)  $4 = 5(p - 2)$

(a)  $3p - 10 = 5$

दोनों पक्षों में 10 जोड़ते हैं। (क्योंकि हमें चर को एक तरफ करना है।)

नया समीकरण  $3p - 10 + 10 = 5 + 10$

या,  $3p = 15$

अब दोनों पक्षों में 3 से भाग करते हैं (क्योंकि हमें चर को अकेला करना है)

$$\frac{3p}{3} = \frac{15}{3}$$

या  $p = 5$ , यह समीकरण का हल है।

(b)  $2q - 6 = 0$

दोनों पक्षों में 6 जोड़ने पर  $2q - 6 + 6 = 0 + 6$

या  $2q = 6$                       (दोनों तरफ 2 से भाग देने पर)

या  $\frac{2q}{2} = \frac{6}{2}$

या  $q = 2$                       (यह समीकरण का हल है।)

(c)  $\frac{3p}{10} = 6$

या  $\frac{3p}{10} \times 10 = 6 \times 10$                       (दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर)

या  $\frac{30p}{10} = 60$

या  $3p = 60$

या  $\frac{3p}{3} = \frac{60}{3}$  (दोनों तरफ 3 से भाग करने पर)

या  $p = 20$  (यह समीकरण का हल है)

(d)  $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$

या  $2y + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = \frac{37}{2} - \frac{5}{2}$  (दोनों पक्षों में  $\frac{5}{2}$  घटाने पर)

या  $2y = \frac{37-5}{2} = \frac{32}{2} = 16$

या  $2y = 16$

या  $\frac{2y}{2} = \frac{16}{2}$  (दोनों पक्षों में 2 से भाग करने पर)

या  $y = 8$  (यह समीकरण का हल है।)

(e)  $4 = 5(p-2)$

या  $5(p-2) = 4$  (दोनों पक्षों का परस्पर बदलने पर)

या  $\frac{5(p-2)}{5} = \frac{4}{5}$  (दोनों पक्षों में 5 से भाग करने पर)

या  $p-2 = \frac{4}{5}$  (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

या  $p-2+2 = \frac{4}{5}+2$

या  $p = \frac{4}{5} + 2 = \frac{4+10}{5} = \frac{14}{5}$  (यह समीकरण का हल है)

## 11.5 समीकरण के हल की जाँच

हमने यदि किसी समीकरण का हल ज्ञात किया है तो यह सदा संदेह बना रहता है कि वह सही है या नहीं। इसकी जाँच के लिए हम हल की सत्यता की जाँच कर सकते हैं। हम जानते हैं कि समीकरण के हल में चर के जगह चर का मान (हल) रख कर संक्रिया कर देखते हैं, यदि उस मान के लिए बायाँ व दायीं पक्ष बराबर है तो चर का वह मान समीकरण का हल होता है।

**उदाहरण-1.**  $3p - 10 = 5$  में  $p = 5$  के लिए

$$\begin{aligned}\text{LHS} &= 3 \times 5 - 10 \\ &= 15 - 10 \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\text{RHS} = 5$$

अतः  $x = 5$  दिए गए समीकरण का हल सत्य है।

**उदाहरण-2.**  $\frac{2}{5}(m+10) = 2m+3$

**हल :** पहली विधि :

$$\text{या } \frac{2}{5}(m+10) = 2m+3$$

$$\text{या } \frac{2}{5}m + \frac{2}{5} \times 10 = 2m+3$$

(बायाँ पक्ष में कोष्ठक हटाने पर)

$$\text{या } \frac{2}{5}m + 4 = 2m+3$$

$$\text{या } \frac{2}{5}m + 4 - \frac{2}{5}m = 2m+3 - \frac{2}{5}m$$

(दोनों पक्षों में  $\frac{2}{5}m$  घटाने पर)

$$\text{या } 4 = 2m - \frac{2}{5}m + 3$$

$$\text{या } 4 = \frac{10m - 2m}{5} + 3$$

$$\text{या } 4 = \frac{8m}{5} + 3$$



$$\text{या } 4-3 = \frac{8m}{5} + 3 - 3$$

(दोनों पक्षों में से 3 घटाने पर)

$$\text{या } 1 = \frac{8m}{5}$$

$$\text{या } 1 \times 5 = \frac{8m}{5} \times 5$$

(दोनों पक्षों में 5 से गुणा करने पर)

$$\text{या } 5 = 8m$$

$$\text{या } \frac{5}{8} = \frac{8m}{8}$$

(दोनों पक्षों में 8 से भाग देने पर)

$$\text{या } \frac{5}{8} = m$$

$$\text{या } m = \frac{5}{8}$$

(पक्षों को परस्पर बदलने पर)

दिये गए समीकरण का हल है।

**दूसरी विधि :**  $\frac{2}{5}(m+10) = 2m+3$

$$\text{या } \frac{2}{5}m + \frac{2}{5} \times 10 = 2m + 3$$

(बायाँ पक्ष में कोष्ठक हटाने पर)

$$\text{या } \frac{2}{5}m + 4 = 2m + 3$$

(समान पद ( $m$ ) को एक पक्ष में करने,  $2m$  का पक्ष बदलने पर या दोनों ओर  $2m$  घटाना)

$$\text{या } \frac{2}{5}m - 2m + 4 = 3$$

$$\text{या } \frac{2}{5}m - 2m = 3 - 4$$

(4 का पक्ष बदलने पर या दोनों ओर 4 घटाने पर)

$$\text{या } \frac{2m - 10m}{5} = -1$$

या  $2m - 10m = -1 \times 5$  (5 का पक्ष बदलने पर अर्थात् दोनों ओर 5 से गुणा करने पर)

या  $-8m = -5$

या  $m = \left(-5 \times \frac{1}{-8}\right)$  ( $-8$  का पक्ष बदलने पर अर्थात् दोनों ओर  $-8$  का भाग करने पर)

या  $m = \frac{5}{8}$  (समीकरण का हल)

### समीकरण की जाँच

$$\text{LHS} = \frac{2}{5}(m+10)$$

$$= \frac{2}{5}\left(\frac{5}{8}+10\right)$$

$$= \frac{2}{5}\left(\frac{5+80}{8}\right)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{85}{8}$$

$$= \frac{17}{4}$$

$$\text{RHS} = 2m + 3$$

$$= 2 \times \frac{5}{8} + 3$$

$$= \frac{10}{8} + 3$$

$$= \frac{10+24}{8}$$

$$= \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$$

अतः  $m = \frac{5}{8}$  के लिए दोनों पक्षों का मान समान है अतः इस समीकरण का मान  $\frac{5}{8}$  है।

### 11.6 व्यावहारिक समस्याओं को हल करने में समीकरण का अनुप्रयोग

अब तक हमने सरल समीकरण का हल करना सीख लिया है। हमने यह भी जान लिया कि दिये गये कथन के अनुसार अंजू ने किस प्रकार समीकरण बनाये और उसका हल निकाल कर सभी को दंग कर दिया। आइये कुछ ऐसे कथन पर आधारित समीकरण का हल देखें।

**उदाहरण-3.** 64 रु. को ऐसे दो भागों में बाँटिए कि बड़ा भाग छोटे भाग का तीन गुना हो।

**हल :** माना कि बड़ा भाग  $x$  रु. है

छोटा भाग  $64 - x$  रु.

प्रश्न से, बड़ा भाग छोटे भाग का तीन गुना है।

$$\text{अतः } x = 3 \times (64 - x)$$

$$\text{या } x = 192 - 3x$$

$$\text{या } x + 3x = 192 \quad (3x \text{ का पक्ष बदलने पर})$$

$$\text{या } 4x = 192$$

$$\text{या } x = \frac{192}{4} \quad (4x \text{ में 4 गुना है अतः पक्ष बदलने पर वह भाजक के रूप में आ जायेगा। वास्तव में यह क्रिया दोनों तरफ 4 से भाग देने के समान है।)$$

$$\text{या } x = 48$$

$$\text{बड़ा भाग } x = 48$$

$$\text{छोटे भाग } 64 - x = 64 - 48 = 16$$

अभीष्ट भाग 48 रु. एवं 16 रु. हैं।

**उदाहरण-4.** पिता, पुत्र एवं पुत्री के उम्र का योग 120 है। पिता का उम्र, पुत्र एवं पुत्री के उम्र के योग के बराबर है एवं पुत्री का उम्र पुत्र के उम्र का आधा है तो तीनों की उम्र अलग-अलग ज्ञात करें।

**हल :** माना कि पुत्र का उम्र  $x$  वर्ष है।

$$\text{पुत्री की उम्र} = \frac{x}{2} \quad (\text{पुत्र के उम्र की आधी})$$

$$\text{पुत्र एवं पुत्री के उम्र का योग} = x + \frac{x}{2}$$

प्रश्न से,

$$\text{पिता की उम्र} = x + \frac{x}{2}$$

तीनों के उम्र का योग

$$\text{या } \frac{x}{2} + x + x + \frac{x}{2} = 120$$

या  $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 2x = 120$

या  $x + 2x = 120$

$$\left( \because \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x \right)$$

या  $3x = 120$

या  $x = \frac{120}{3}$

या  $x = 40$

पुत्र की उम्र = 40 वर्ष

पुत्री की उम्र =  $\frac{x}{2} = \frac{40}{2} = 20$  वर्ष

पिता की उम्र =  $x + \frac{x}{2} = 40 + \frac{40}{2} = 40 + 20 = 60$  वर्ष

**उदाहरण-5.** एक व्यक्ति ने अपने धन का आधा भाग पत्नी को,  $\frac{1}{4}$  भाग पुत्री को,  $\frac{1}{5}$  भाग पुत्र को तथा शेष 20,000 रु. पौधे लगवाने के लिए एक समिति को दान में दे दिए। उस व्यक्ति के पास कुल कितना धन था?

**हल :** माना कि उसके पास कुल धन  $x$  था।

पत्नी का भाग =  $x$  का आधा =  $x \times \frac{1}{2}$  =  $\frac{x}{2}$

पुत्री का भाग =  $x$  का  $\frac{1}{4}$  =  $x \times \frac{1}{4}$  =  $\frac{x}{4}$

पुत्र का भाग =  $x$  का  $\frac{1}{5}$  =  $x \times \frac{1}{5}$  =  $\frac{x}{5}$

समिति को दान = 20,000 रु.

कुल धन = सभी के भागों का योग

या  $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 20,000$

या  $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 20,000$  ( $\frac{x}{2}$ ,  $\frac{x}{4}$  एवं  $\frac{x}{5}$  का पक्ष बदलने पर)

या  $\frac{20x - 10x - 5x - 4x}{20} = 20,000$

या  $\frac{20x - 19x}{20} = 20,000$

या  $\frac{x}{20} = 20,000$

या  $x = 20,000 \times 20 = 4,00,000$  रु.

अतः कुल धन = 4,00,000 रु.

### प्रश्नावली-11.3

निम्नलिखित समीकरण का हल करें एवं प्राप्त हल का जाँच करें।

1.  $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = -2$

2.  $\frac{3x+2}{3} = \frac{17}{6}$

3.  $x - 4 = 4(129 - x)$

4.  $\frac{x+19}{5} = 8$

5.  $\frac{x}{2} + 6 = \frac{x}{3} + \frac{2x}{7}$

6.  $\frac{2y-1}{3} = \frac{y+2}{2}$

7.  $10 = 4 + 3(x+2)$

8.  $4x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + x$

9.  $3(x+1) - 2(x+1) = 10$

10.  $5(5x+2) = 40$

11.  $\frac{x-19}{5} = 8$

12.  $\frac{5x}{2} - 7 = \frac{11}{2}$

13. तीन लगातार पूर्णाकों का योग 21 है तो तीनों पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

14. तीन क्रम में आने वाली विषम संख्याओं का योग 39 है तो वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

15. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण  $50^\circ$  का है तो त्रिभुज के शेष दोनों कोणों की माप बताइये <https://www.evidyarthi.in/>

16. किसी आयत के लम्बाई एवं चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है। यदि आयत की परिमिति 90 मीटर है तो उसकी लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिये।

17. सलमा की उम्र उसके पिता के उम्र के एक तिहाई से 5 वर्ष कम है। यदि सलमा की उम्र 20 वर्ष है तो उसके पिता की उम्र ज्ञात करें।

18. विक्रम ने 8 कुर्सी एवं 2 मंज खरीदने में कुल 2900 रु. खर्च किये। यदि 1 मंज की कीमत 450 रु. है तो 1 कुर्सी की कीमत ज्ञात कीजिए।
19. दो पूरक कोणों का अंतर  $20^\circ$  है तो दोनों कोण ज्ञात करें।
20. कोई कोण अपने पूरक कोण का एक चौथाई है तो कोण का मान ज्ञात करें।
21. एक बगीचे में आम के पेड़, अमरूद के पेड़ों से 43 कम है। यदि उस बगीचे में दोनों मिलाकर कुल 133 पेड़ हो तो दोनों प्रकार के पेड़ों की अलग-अलग संख्या बताओ।
22. एक व्यक्ति की उम्र, उसके पुत्री के उम्र का चौगुना है, 16 वर्ष बाद वह अपनी पुत्री के उम्र के दुगुना हो जायेगा। पुत्री की उम्र ज्ञात कीजिए।

### हमने सीखा

1. एक समीकरण व्यंजक के चरों पर एक प्रतिबन्ध होता है जिसमें चर के मान के लिए समीकरण के दोनों पक्षों के लिए समीकरण के दोनों पक्षों का मान समान होना चाहिए।
2. चर का वह मान जिसके लिए समीकरण संतुष्ट होता है अर्थात् बायाँ व दायाँ पक्ष बराबर होते हैं समीकरण का हल या मूल कहलाता है।
3. समीकरण के दोनों पक्षों को परस्पर बदलने पर समीकरण नहीं बदलता है।
4. समीकरण के दोनों पक्षों में समान संख्या (या चर) को जोड़ने घटाने पर समीकरण नहीं बदलता है।
5. किसी समीकरण के दोनों पक्षों में शून्य के अलावा किसी अन्य संख्या से (या चर से) गुणा या भाग करने पर समीकरण नहीं बदलता है।
6. उपर्युक्त नियमों का उपयोग कर हम समीकरण के एक पक्ष में चर पृथक् कर सकते हैं जिससे चर का मान ज्ञात कर समीकरण का हल निकाला जा सके।
7. पदों के स्थानापन्न (पद का पक्ष परिवर्तन) द्वारा आसानी से हम समीकरण को हल करने की प्रक्रिया में आगे बढ़ते हैं।
8. किसी पद का गुणांक या भाजक पक्ष परिवर्तन के बाद क्रमशः भाजक एवं गुणांक में बदल जाता है। उनके चिह्न नहीं बदलते।
9. संख्या पहेलियों को हल करने के लिए पहले कथनानुसार समीकरण बनाते हैं एवं उसका हल ज्ञात करते हैं।
10. समीकरण में चर का मान रखकर समीकरण के हल की सत्यता की जाँच की जा सकती है।