

अध्याय-10

राशियों की तुलना



10.1 भूमिका

हमें अपने दैनिक जीवन में अनेक बार ऐसे अवसर प्राप्त होते हैं जहाँ पर दो राशियों की तुलना करने की आवश्यकता पड़ती है।

मान लीजिए दो पेड़ों की ऊँचाई की तुलना कर रहे हैं हम पाते हैं कि



3 मीटर

(i) खजूर, केले से 3 गुना लम्बा है।

अथवा

(ii) केले की ऊँचाई, खजूर की ऊँचाई की एक तिहाई है।



9 मीटर

अतः केले के पेड़ और खजूर के पेड़ की ऊँचाई का अनुपात 1:3 है।

एक और उदाहरण पर विचार कीजिए जिसमें हम साइकिल व स्कूटर की चालों की तुलना करते हैं।



15 किमी./घंटा

(i) स्कूटर की चाल साइकिल के चाल की 4 गुना है।

(ii) या साइकिल की चाल स्कूटर की चाल का $\frac{1}{4}$ वाँ भाग है।



60 किमी./घंटा

साइकिल एवं स्कूटर की चालों का अनुपात 1: 4 है।

प्रयास कीजिए

(i) रवीन्द्र एवं किशोर द्वारा गणित में प्राप्त अंक क्रमशः 65 एवं 62 है। इनके अंकों का अनुपात बताइए?

(ii) 5:7 का व्युत्क्रम अनुपात क्या होगा?

उदाहरण-1 : एक बक्से की लम्बाई 2 मीटर एवं चौड़ाई 80 सेमी. है। इसकी लम्बाई एवं चौड़ाई में अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: पहले दोनों राशियों को एक ही इकाई में लिखते हैं।

$$\text{अतः 2 मीटर} = 2 \times 100 \text{ सेमी.} = 200 \text{ सेमी.}$$

$$\text{इस प्रकार लम्बाई : चौड़ाई} = 200 \text{ सेमी. : 80 सेमी.}$$

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| <p>ध्यान रहे कि तुलना करते समय दोनों राशियों की इकाइयाँ भी समान होनी चाहिए।</p> | $= \frac{200}{80} = \frac{5}{2} = 5:2$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|

उदाहरण-2 : यदि प्रवीण की ऊँचाई 150 सेमी. तथा गुंजन की ऊँचाई 60 सेमी. है तब उनकी ऊँचाइयों का अनुपात क्या होगा?

हल : प्रवीण की ऊँचाई : गुंजन की ऊँचाई = 150 सेमी. : 60 सेमी.

$$= \frac{150}{60} = \frac{5}{2} \text{ (दोनों पदों में 30 से भाग देने पर)}$$

$$= 5:2$$

यदि उपर्युक्त दोनों उदाहरणों पर ध्यान दें तो आप पायेंगे कि दो विभिन्न स्थितियों में तुलना करने पर एक ही अनुपात भी मिल सकता है।

अनुपात का सरलतम रूप (Simplest form of ratio): अनुपात का सरलतम रूप तब होता है जबकि इसके पूर्व एवं उत्तर दोनों पदों में इन्हें विभाजित करने वाली कोई उभयनिष्ठ संख्या न हो।

उदाहरण-3 : 36 तथा 24 में क्या अनुपात है? इसका सरल अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: 36 तथा 24 में अनुपात = 36:24

36 तथा 24 का महत्तम समापवर्तक हेतु क्रिया

$$\text{म.स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

सरल अनुपात हेतु

$$(36 \div 12) : (24 \div 12) = 3:2$$

$$\text{सरल अनुपात} = 3:2$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36, 24 \\ 2 & 18, 12 \\ 3 & 9, 6 \\ & 3, 2 \end{array}$$

| |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>सरलतम अनुपात प्राप्त करने के लिए अनुपात के दोनों पदों में इनके महत्तम समापवर्तक का भाग देते हैं। प्राप्त भागफल का अनुपात सरलतम अनुपात होता है।</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

10.2 तुल्य अनुपात

विभिन्न अनुपातों की भी आपस में तुलना की जा सकती है, जिससे यह पता चल सके कि वे तुल्य हैं अथवा नहीं। ऐसा करने के लिए हमें अनुपातों को पहले भिन्नों के रूप में लिखना पड़ता है और फिर उन्हें समान हर वाली भिन्नों में बदलकर उनकी तुलना करते हैं। यदि ये भिन्नें समान हैं तब हम कहते हैं कि दिये हुए अनुपात तुल्य हैं।

उदाहरण-4 : क्या अनुपात 2 : 3 अनुपात 3 : 5 के तुल्य है?

हल: जाँच करने के लिए, हमें देखना होगा कि क्या $\frac{2}{3} = \frac{3}{5}$ है?

$$\text{हम पाते हैं} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \quad \text{तथा} \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

हम देखते हैं कि $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$ है। अर्थात् $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ है।

अतः अनुपात 2 : 3 अनुपात 3 : 5 के तुल्य नहीं है।

उदाहरण-5 : क्या अनुपात 5 : 6 अनुपात 25 : 30 के तुल्य है?

हल: जाँच करने के लिए, हमें देखना होगा कि क्या $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ है?

$$\text{हम पाते हैं} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30} \quad \text{तथा} \quad \frac{25}{30} = \frac{25 \times 1}{30 \times 1} = \frac{25}{30}$$

हम देखते हैं कि $\frac{25}{30} = \frac{25}{30}$ है। अर्थात् $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ है।

अतः अनुपात 5 : 6 अनुपात 25 : 30 के तुल्य है।

समानुपात (Proportion) : इलेश ने एक आदमी का चित्र बनाया लेकिन इस चित्र में गड़बड़ी हुई। इसमें आदमी का सिर, धड़ की अपेक्षा अधिक बड़ा दिख रहा है। हम जानते हैं कि आदमी के सिर व उसके धड़ के चित्र में एक निश्चित अनुपात होता है वही अनुपात उसके चित्र में भी नजर आना चाहिए। अर्थात् चित्र का सिर व धड़ वास्तविक आदमी के सिर व धड़ के समानुपात में होना चाहिए।



अर्थात् $\frac{\text{आदमी के सिर का आकार}}{\text{उसके धड़ का आकार}} = \frac{\text{चित्र में सिर का आकार}}{\text{चित्र में धड़ का आकार}}$

ऐसा होने पर ही सही अनुपात में चित्र बनेगा।

अभी हमने देखा है कि दो अनुपात तुल्य भी हो सकते हैं। दो अनुपात यदि तुल्य हों तो वे एक समानुपात बनाते हैं।

आइए इसका एक उदाहरण लेते हैं—

यदि 10 कुर्सियों का मूल्य 3000 रुपये हैं तथा इसी प्रकार की 12 कुर्सियों का मूल्य 3600 रुपये हैं तो,

कुर्सियों की संख्या में अनुपात = 10:12 या 5:6

कुर्सियों के मूल्यों में अनुपात = 3000:3600 या 5:6

स्पष्ट है कि 10:12 = 3000 : 3600

अर्थात् कुर्सियों की संख्या में वही अनुपात है जो उनके मूल्यों में अनुपात है।

यदि दो अनुपात परस्पर बराबर होते हैं तो उन्हें समानुपात कहते हैं। संख्याओं को समानुपात में होने पर दो अनुपातों के बीच :: चिह्न रखते हैं।

अर्थात् यदि $a:b$ तथा $c:d$ आपस में बराबर हैं तो $a:b = c:d$ को समानुपात कहते हैं। a, b, c तथा d को समानुपाती संख्याएँ (Numbers in Proportion) कहते हैं। संख्याओं को समानुपात में रखने पर $a:b :: c:d$ लिखा जाता है। इन चारों पदों में पहला (a) तथा चौथा (d) पदों को बाह्य पद (Extreme Term) कहते हैं। दूसरे (b) तथा तीसरे (c) पदों को अंतः या मध्य पद (Middle Term) कहते हैं।

यदि $a:b :: c:d$ हैं तो $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

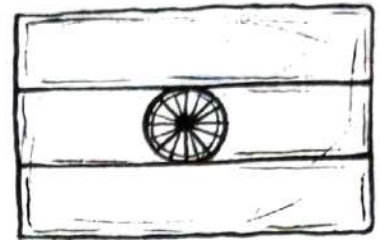
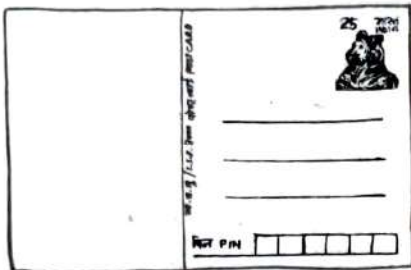
या $a \times d = b \times c$ अर्थात् बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

यदि $ad \neq bc$ तो a, b, c और d समानुपात में नहीं कहे जाते हैं।

वास्तविक जीवन में समानुपातों के व्यापक उपयोग ऐकिक नियम, नक्शा का चित्रांकन, समानुपातिक चित्रांकन इत्यादि में किया जाता है।

क्या आप जानते हैं कि राष्ट्रीय झंडे, पोस्टकार्ड इत्यादि लम्बाई एवं चौड़ाई के एक निश्चित अनुपात में ही बनाये जाते हैं, वह अनुपात अलग-अलग देशों के लिए भिन्न हो सकता

हैं ऐसा इसलिए क्योंकि जब सही अनुपात में कोई चित्र बनाया जाता है तभी वह देखने में मोहक एवं आकर्षक लगता है।



चित्र-10.2

हमने कक्षा-6 में ऐकिक विधि द्वारा प्रश्न हल करना सीखा है। इस विधि द्वारा पहले हम अनेक से एक और फिर वांछित संख्या के लिए मान ज्ञात करते हैं। आइए हम कुछ उदाहरण लेते हैं।

उदाहरण-6 : यदि 6 बल्बों की कीमत 78 रु. है, तो ऐसी ही 9 बल्बों की कीमत क्या होगा?

हल: इसे राजेश व सुनील ने अलग-अलग तरीकों से हल किया-

प्रथम विधि : (राजेश)

$$\begin{aligned} \text{चूँकि 6 बल्बों की कीमत} &= 78 \text{ रु.} \\ \text{अतः 1 बल्ब की कीमत} &= \frac{78}{6} \\ \text{अतः, 9 बल्बों की कीमत} &= \frac{78}{6} \times 9 = 117 \text{ रु.} \end{aligned}$$

दूसरी विधि : (सुनील)

| | | |
|------------------|----|-----|
| कीमत | 78 | x |
| बल्बों की संख्या | 6 | 9 |

माना कि 9 बल्बों की कीमत x रु. है।

$$\text{तो } 78 : x :: 6 : 9 \quad \text{या, } \frac{78}{x} = \frac{6}{9} \quad \text{या, } 78 \times 9 = 6 \times x$$

$$\text{या, } \frac{78 \times 9}{6} = x \quad \text{या, } x = 117 \text{ रु.}$$

अतः 9 बल्बों की कीमत = 117 रु.

दूसरी विधि में पहले समानुपात बनाकर फिर एक समीकरण प्राप्त किया और हल निकाला। पहली विधि में पहले 1 वस्तु की कीमत निकालकर फिर वांछित वस्तुओं की कीमत ज्ञात की। इस प्रकार इसमें ऐकिक विधि का प्रयोग किया गया।

आइए, एक अन्य उदाहरण लेते हैं :-

उदाहरण-7 : एक मजदूर 15 दिनों में 1815 रु. कमाता है। यदि वह 8 दिनों तक ही काम करना चाहे तो उसे कितनी मजदूरी प्राप्त होगी?

हल: पहली विधि: चूँकि 15 दिनों की मजदूरी = 1815 रु.

$$\text{अतः 1 दिन की मजदूरी} = \frac{1815}{15} = 121 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः 8 दिनों की मजदूरी} = 121 \times 8 \text{ रु.} = 968 \text{ रु.}$$

दूसरी विधि :

| | | |
|------------------|------|-----|
| मजदूरी (रु. में) | 1815 | x |
| दिनों की संख्या | 15 | 8 |

माना कि मजदूरी x रु. है

$$\text{तो } 1815:x::15:8 \Rightarrow \frac{1815}{x} = \frac{15}{8} \Rightarrow 1815 \times 8 = x \times 15$$

$$\Rightarrow \frac{1815 \times 8}{15} = x \Rightarrow x = 968 \text{ रु.}$$

प्रश्नावली-10.1

1. अनुपात ज्ञात कीजिए-

- (a) 3 किग्रा. का 600 ग्रा. से। (b) 2 घंटे का 30 मिनट से।
 (c) 340 सेमी. का 4 मीटर से। (d) 75 रुपये का 200 पैसे से।

2. निम्नलिखित अनुपातों का सरलतम रूप लिखिए-

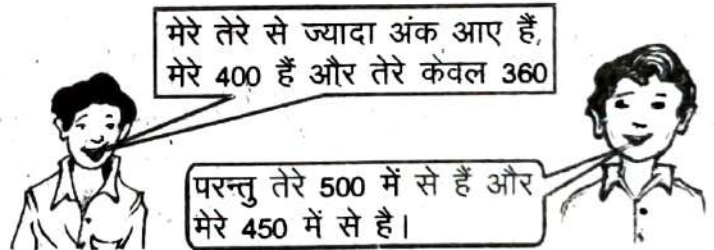
- (a) 45:60 (b) 144:84 (c) 184:12

3. उपेन्द्र का वेतन 42000 रु. प्रतिमाह है और वह प्रतिमाह 6000 रु आयकर भी जमा करते हैं। ज्ञात कीजिए--
- (a) आय का आयकर के साथ अनुपात (b) आयकर का आय के साथ अनुपात
(c) क्या ये दोनों अनुपात तुल्य हैं?
4. एक रिबन (Ribbon) की लम्बाई 10 मीटर एवं इसकी चौड़ाई 25 सेंटीमीटर है। लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात ज्ञात कीजिए--
- (a) लम्बाई का चौड़ाई के साथ (b) चौड़ाई का लम्बाई के साथ
(c) क्या दोनों अनुपात तुल्य हैं?
5. निम्नलिखित अनुपातों का दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए--
- (a) 3:7 (b) 4:9
6. यदि किसी समानुपात के प्रथम तीन पद 3, 5 तथा 12 है तो चौथा पद ज्ञात कीजिए।
7. यदि $3:x::9:15$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।
8. बाजार में केले 18 रु. प्रति दर्जन बिक रहे हैं, तो 10 केलों का मूल्य क्या होगा?
9. मिठाई बनाने में चीनी और खोये का अनुपात 3:7 रखा जाये तो 12 किग्रा. चीनी की मिठाई बनाने हेतु कितने खोये की आवश्यकता होगी?
10. एक मोटरसाइकिल 2 ली. में 120 किमी. दूरी तय करता है। बताइए 300 किमी. दूर तक जाने में कितने लीटर पेट्रोल की आवश्यकता होगी?
11. एक मकान का 4 माह का किराया 10,000 रुपये हैं तो पूरे वर्ष का किराया बताइए।

10.3 प्रतिशतता (Percentage)

अभिषेक व अनवर के आज परीक्षाफल फल आये हैं। वे दोनों अपना परीक्षाफल देखकर बात करते हैं।

| | अभिषेक | अनवर |
|------------|--------|------|
| पूर्णांक | 500 | 450 |
| प्राप्तांक | 400 | 360 |



आप बताइए किसका परीक्षाफल अच्छा रहा?

दोनों अनवर की बड़ी बहन शबनम के पास जाते हैं। शबनम ने कहा बिना कुल अंक देखे इस तरह तुलना नहीं की जा सकती है।

इसमें हम पूर्णांकों के एक समान आधार पर प्राप्तांकों की तुलना करनी होगी। आधार समान करने के लिए हमने ऐकिक नियम भी पढ़ा है।

$$\text{अनवर के 450 में से प्राप्त अंक} = 360 \qquad \text{अभिषेक के 500 में से प्राप्त अंक} = 400$$

$$\text{अनवर के 1 में से प्राप्त अंक} = \frac{360}{450}$$

$$\text{अनवर के 500 में से प्राप्त अंक} = \frac{360}{450} \times 500 = 400$$

इस प्रकार दोनों के अंको की एक समान आधार 500 पर तुलना करने पर हमें पता चला कि दोनों का परीक्षाफल समान हैं।

इस प्रकार तुलना करने के लिए आधार रूप में 100, 1000, 10000 या किसी भी अन्य सुविधाजनक संख्या का प्रयोग कर सकते हैं।

$$\text{पुनः अभिषेक के 500 में से प्राप्त अंक} = 400$$

$$\text{अभिषेक के 1 में से प्राप्त अंक} = \frac{400}{500}$$

$$\text{अभिषेक के 100 में से प्राप्त अंक} = \frac{400}{500} \times 100 = 80$$

$$\therefore \text{अनवर के 450 में से प्राप्त अंक} = 360$$

$$\text{अनवर के 1 में से प्राप्त अंक} = \frac{360}{450}$$

$$\text{अनवर के 100 में से प्राप्त अंक} = \frac{360}{450} \times 100 = 80$$

इस प्रकार दोनों के 100 में से प्राप्त अंक क्रमशः 80, 80 हैं।

इस प्रकार तुलना करने के लिए यदि समान आधार 100 लेते हैं तब इसे प्रतिशत कहते हैं।

"प्रतिशत एक भिन्न है जिसका हर सदा 100 रहता है और अंश प्रतिशत की संख्या होती है।"

प्रतिशत को संकेत में % द्वारा प्रदर्शित करते हैं। जैसे - 50 प्रतिशत का अर्थ है प्रत्येक 100 में 50। इसे संकेत में 50% लिखते हैं। इसका भिन्न रूप $\frac{50}{100}$ है तथा इसको दशमलव में 0.5 लिखते हैं। इस प्रकार "प्रतिशत को साधारण भिन्न या दशमलव के रूप में भी प्रकट किया जा सकता है।"

10.3.1 भिन्न संख्याओं को प्रतिशत में बदलना-

भिन्न संख्याओं में हर कोई भी संख्या हो सकती है। उनकी तुलना करने के लिए हमें उनके हरों को समान करना पड़ता है, और देख चुके हैं कि जब उनमें प्रत्येक का हर 100 हो तो तुलना करना ज्यादा आसान होता है यानी हम भिन्नों को प्रतिशत में बदल रहे हैं। आइए अब हम कुछ भिन्नों को प्रतिशत में बदलने का प्रयत्न करें।

उदाहरण-8. $\frac{3}{5}$ को प्रतिशत रूप में लिखिए।

हल : $\frac{3}{5}$ का प्रतिशत रूप $= \frac{3}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{3 \times 20}{100} = \frac{60}{100} = 60\%$

उदाहरण-9. किसी कक्षा के 32 विद्यार्थियों में से 8 अनुपस्थित हैं। अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत क्या है? विद्यार्थियों की प्रतिशत उपस्थिति भी ज्ञात कीजिए।

हल : कक्षा के कुल विद्यार्थियों की संख्या = 32
 अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या = 8
 उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या = 32 - 8 = 24

अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत $= \left(\frac{8}{32} \times 100 \right) \% = \frac{1}{4} \times 100$
 $= \frac{100}{4} = 25\%$

अथवा, उपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत = 100 - अनुपस्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत
 $= (100 - 25)\% = 75\%$

प्रयास कीजिए

1. निम्नलिखित भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

(i) $\frac{8}{25}$ (ii) $5\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{4}{4}$ (iv) $\frac{49}{50}$

2. एक दुकान में विभिन्न आकारों के निम्नलिखित जोड़े जूते उपलब्ध हैं—

| | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|---|
| आकार | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| जूतों की संख्या | 20 | 30 | 28 | 14 | 8 |

प्रत्येक आकारों में उपलब्ध जूते का प्रतिशत क्या है?

10.3.2 दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलना—

आइए कुछ उदाहरण लें—

उदाहरण-10. दिए गए दशमलव को प्रतिशत में बदलिए—

(a) 0.49 (b) 3.75 (c) 0.009

हल : (a) $0.49 = \frac{0.49 \times 100}{100} = \frac{49}{100} = 49\%$

(b) $3.75 = \frac{3.75 \times 100}{100} = \frac{375}{100} = 375\%$

(c) $0.009 = \frac{0.009 \times 100}{100} = \frac{0.9}{100} = 0.9\%$

अतः स्पष्ट है कि यदि कोई दशमलव का प्रतिशत में बदलना हो तो हर को 100 रखते हुए दशमलव को भिन्न में बदलते हैं।

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित दशमलवों को प्रतिशत में बदलिए।

(a) 0.33 (b) 4.5 (c) 6.75

10.3.3 प्रतिशत को साधारण भिन्न या दशमलव में बदलना—

अभी तक हमने साधारण या दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदला। सोचिए क्या हम इसके विपरीत किसी प्रतिशत को साधारण या दशमलव भिन्न में बदल सकते हैं।

आइए कुछ उदाहरण लेकर देखें—

उदाहरण-11. निम्न प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदलिए—

(a) 75% (b) 20% (c) $3\frac{1}{5}\%$

हल : (a) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ (b) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

(c) $3\frac{1}{5}\% = \frac{16}{5}\% = \frac{16}{5 \times 100} = \frac{4}{125}$

हमने देखा कि एक प्रतिशत को भिन्न में बदलते समय संख्या का हर 100 रखते हुए लिखते हैं और इस भिन्न का लघुतम रूप प्राप्त करते हैं।

उदाहरण-13. प्रतिशत को दशमलव में बदलिए—

(a) 40% (b) $12\frac{1}{5}\%$ (c) 10.2%

हल : (a) $40\% = \frac{40}{100} = 0.40$

(b) $12\frac{1}{5}\% = 12.2\% = \frac{12.2}{100} = 0.122$

(c) $10.2\% = \frac{10.2}{100} = 0.102$

स्पष्ट है कि प्रतिशत को भिन्न में बदलते समय सर्वप्रथम हर को 100 रखते हैं और तब इस भिन्न के अंश को 100 से भाग देकर दशमलव में बदलते हैं।

10.3.4 अनुमान के साथ मनोरंजन

प्रतिशतता एक दिए गए क्षेत्रफल के किसी भाग का अनुमान लगाने में सहायता करती है।

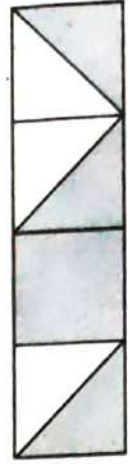
आइए. कुछ उदाहरण लें

- (a) हमें दी गई आकृति में पूर्ण आकृति का कितना भाग छायांकित है, ज्ञात करना है। इसके लिए सबसे पहले भिन्न से छायांकित भाग की प्रतिशतता ज्ञात कर लेते हैं।

$$\text{चित्र में } \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1+1+2+1}{8} = \frac{5}{8}$$

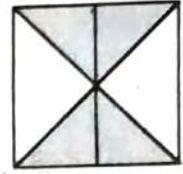
$$\text{तथा } \frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8} \times 100\right)\% = \frac{500}{8}\% = 62.5\% \text{ इस प्रकार } 62.50\% \text{ छायांकित}$$

भाग है।



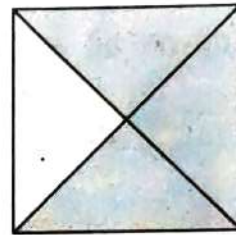
- (b) चित्र से स्पष्ट है कि पूर्ण आकृति का आधा भाग छायांकित है।

$$\text{अतः } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\% \text{ इस प्रकार } 50\% \text{ छायांकित भाग है।}$$



प्रयास कीजिए

निम्न चित्रों में रंगीन भाग आकृति के कुल क्षेत्र का कितना प्रतिशत हिस्सा है।



(i)



(ii)

10.4 प्रतिशतता के उपयोग

10.4.1 अभी तक हमने यह देखा कि तुलना करने के लिए प्रतिशत कितना उपयोगी है। हमने साधारण एवं दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलना भी सीखा। अब निम्न कथनों पर विचार कीजिए—

- शिवम् अपनी आय का 10% बचत करता है।
- जहाँगीर को प्रत्येक पुस्तक बेचने पर 15% का लाभ मिलता है।
- बिहार राज्य की विकास दर 11% पहुँच चुकी है।
- बाजार में खादी वस्त्रों पर 25% की छूट दी गई है।

इन प्रत्येक कथनों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

पहले कथन में हमारा तात्पर्य है 100 में से 10 भाग तथा इसे हम लिखते हैं $\frac{10}{100}$ । इसका अर्थ है कि शिवम अर्जित किए गए प्रत्येक 100 रु. में से 10 रु. बचाता है। इसी प्रकार आप भी अन्य कथनों के अर्थ लगाइए।

10.4.2 प्रतिशतता से संख्या ज्ञात करना—

आइए एक उदाहरण लें—

उदाहरण-13. वर्ग VII के 60 बच्चों के सर्वेक्षण से पता चला कि 30% मध्याह्न भोजन के समय चावल-कढ़ी खाना पसंद करते हैं। तो कितने बच्चों को चावल-कढ़ी खाना पसंद है।

हल : वर्ग VII में बच्चों की कुल संख्या 60 है। इनमें से 30% चावल कढ़ी भोजन पसंद करते हैं। कक्षा के अनुपम एवं राखी ने ऐसे बच्चों की संख्या ज्ञात करने के निम्न तरीकों का प्रयोग किया।

अनुपम

$$\begin{aligned} 100 \text{ में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या} &= 30 \\ \therefore 1 \text{ में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या} &= \frac{30}{100} \\ \text{अतः 60 में से चावल कढ़ी भोजन करने वालों की संख्या} &= \frac{30}{100} \times 60 = 18 \end{aligned}$$

राखी

$$\begin{aligned} 60 \text{ का } 30 \text{ प्रतिशत अतः} &= 60 \times 30\% \\ &= 60 \times \frac{30}{100} \\ &= \frac{60 \times 30}{100} = 18 \end{aligned}$$

इस प्रकार 60 बच्चों में से 18 बच्चे चावल-कढ़ी भोजन करना पसंद करते हैं।

ऊपर के उदाहरण को ध्यान से देखने पर पता चलता है कि अनुपम ने बच्चों की संख्या ज्ञात करने के लिए ऐकिक विधि का प्रयोग किया। जबकि राखी ने सर्वप्रथम दिए गए प्रतिशत को साधारण भिन्न में बदला है। फिर उसने दी गई राशि को इस साधारण भिन्न से गुणा कर अभीष्ट संख्या प्राप्त की है। आप भी इन विधियों का प्रयोग कर निम्न प्रश्नों को हल करें।

स्वयं करके देखिए

- (a) 400 का 8% (b) 350 का 20% (c) 40 का 40%
- दक्ष पूरे वर्ष में 240 दिन चलने वाली पाठशाला में 80% उपस्थित रहा, तो ज्ञात कीजिए कि वह कितने दिन पाठशाला गया?

उदाहरण 10 शुभम अपने पिताजी की मासिक आय का 15% बचत करके 450 रुपये जमा कर लेता है। ज्ञात कीजिए कि शुभम के पिताजी की मासिक आय क्या थी?

उत्तर इन प्रश्नों का हल कक्षा में निकालने के लिए शिवम एवं हिना प्रयास करते हैं। आइए देखें दोनों ने शुभम के पिताजी की मासिक आय कैसे ज्ञात किया?

शिवम

वास्तविक आय का 15% = 450 रु.

माना कि वास्तविक आय x रु. है।

अतः x का 15% = 450

अर्थात् $x \times \frac{15}{100} = 450$

या, $x = \frac{450 \times 100}{15} = 3000$

अतः $x = 3000$ रु.

हिना

\therefore 15 रु. की बचत प्रत्येक 100 रु. पर होती है।

तब 1 रु. की बचत होगी $\frac{100}{15}$

तब 450 रु. पर बचत होगी

$\frac{100}{15} \times 450 = 3000$ रु.

प्रश्नावली-10.2

1. दो गई भिन्न सख्याओं को प्रतिशत में बदलिए।

- (a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{8}$ (e) $\frac{7}{12}$

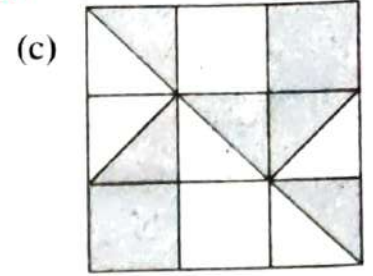
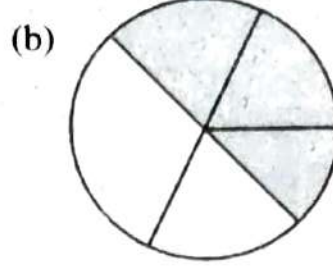
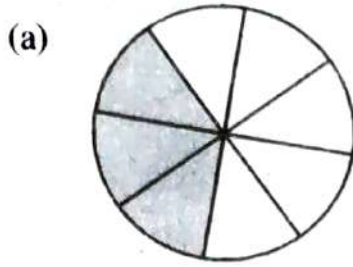
2. दो गई दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

- (a) 0.45 (b) 1.25 (c) 3.2 (d) 0.375

3. दिए गए प्रतिशत को साधारण व दशमलव भिन्नों में बदलिए और अपने उत्तर को सरलतम रूप में लिखिए।

- (a) 25% (b) 18% (c) $12\frac{3}{4}\%$ (d) 60%

4. नीचे दिए गए चित्रों का कितना प्रतिशत भाग छायांकित है?



5. एक व्यक्ति की मासिक आय 7000 रु. है तथा वह 1400 रु. प्रतिमाह बचाता है तो वह अपनी आय का कितना प्रतिशत वह खर्च करता है ?
6. एक आदमी अपनी आय का चौथाई भाग भोजन पर, 15% शिक्षा पर तथा 22% किराया पर खर्च करता है। यदि वह 266 रु. बचाता है तो उसकी आय क्या है ?
7. एक शहर की जनसंख्या प्रतिवर्ष 5% बढ़ जाती है। यदि उसकी वर्तमान जनसंख्या 5,14,700 है तो अगले वर्ष इसकी जनसंख्या क्या होगी <https://www.evidyarthi.in/>
8. किसी विद्यालय के छात्र संघ के निर्वाचन में अध्यक्ष पद के लिए दो छात्रों में सीधी टक्कर थी। यदि विजयी छात्रा को कुल 55% वोट मिले और वह 70 मतों से विजयी हुआ तो कुल कितने वैध मत पड़े और पराजित प्रत्याशी को कितने वोट मिले?
9. एक कुर्सी और एक टेबल दोनों की कुल कीमत 2800 रु. है। यदि कुर्सी की कीमत टेबल की कीमत से 40% कम है तो कुर्सी की कीमत बताइए।

10.4.3 अनुपातों से प्रतिशत

कभी-कभी किसी वस्तु या राशि के भाग अनुपात के रूप में दिए होते हैं और हमें उन्हें प्रतिशत के रूप में बदलना पड़ता है। आइए हम एक उदाहरण लेते हैं—

उदाहरण-15. गुंजन ने बताया कि खीर बनाने के लिए 1 भाग चावल की मात्रा, 2 भाग चीनी एवं 10 भाग दूध की आवश्यकता होती है। खीर के ऐसे मिश्रण में चावल, चीनी एवं दूध का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : मिश्रण को अनुपात रूप में इस प्रकार लिखा जाएगा।

$$\text{चावल} : \text{चीनी} : \text{दूध} = 1 : 2 : 10$$

$$\text{अब कुल भाग} = 1 + 2 + 10 = 13 \text{ अर्थात् मिश्रण में } \frac{1}{13} \text{ भाग चावल } \frac{2}{13} \text{ भाग चीनी}$$

$$\text{एवं } \frac{10}{13} \text{ भाग दूध है।}$$

अतः चावल का प्रतिशत होगा $\frac{1}{13} \times 100 = \frac{100}{13} = 7\frac{9}{13}\%$

चीनी का प्रतिशत होगा $\frac{2}{13} \times 100 = \frac{200}{13} = 15\frac{5}{13}\%$

दूध का प्रतिशत होगा $\frac{10}{13} \times 100 = \frac{1000}{13} = 76\frac{12}{13}\%$

उदाहरण-16. यदि 500 रु. को रवि, मुकेश एवं सुरेश में इस प्रकार बाँटे कि रवि को दो भाग, मुकेश को तीन भाग एवं सुरेश की पाँच भाग मिले। इस बँटवारे में प्रत्येक को कितना धन मिला तथा उनका प्रतिशत कितना था?

हल : प्रत्येक के भाग को अनुपात रूप इस प्रकार लिखा जाएगा।

रवि : मुकेश : सुरेश
2 : 3 : 5

सभी भागों का योग $2 + 3 + 5 = 10$

कुल राशि में प्रत्येक का प्रतिशत

रवि को मिला $\frac{2}{10} \times 100 = 20\%$

मुकेश को मिला $\frac{3}{10} \times 100 = 30\%$

सुरेश को मिला $\frac{5}{10} \times 100 = 50\%$

प्रत्येक को मिली राशि

रवि को मिला $\frac{2}{10} \times 500$ रु. = 100 रु.

मुकेश को मिला $\frac{3}{10} \times 500$ रु. = 150 रु.

सुरेश को मिला $\frac{5}{10} \times 500$ रु. = 250 रु.

स्वयं कीजिए

- यदि किसी त्रिभुज के कोणों में अनुपात 2 : 3 : 5 है तब उसके प्रत्येक कोण की माप क्या होगी ?
- 20 वस्तुओं को मोनू एवं सोनू में इस प्रकार बाँटिए कि उन्हें कुल का क्रमशः 30% एवं 70% मिले।

10.4.4 बढ़त या घटत प्रतिशत रूप में

कभी-कभी हमें किसी राशि में हुई बढ़त या घटत को प्रतिशत रूप में ज्ञात कर समझना ऐसे समझने से अधिक उपयुक्त दिखता है।

उदाहरण के लिए यदि किसी शहर की जनसंख्या 2,20,000 से बढ़कर 2,42,000 हो गई तब ऐसी स्थिति में जनसंख्या की वृद्धि को प्रतिशत के रूप में समझना अधिक आसान होता है जैसे यह कहें कि प्रदेश की जनसंख्या 10% बढ़ गई। किसी राशि के बढ़ने या घटने को कुल राशि के प्रतिशत के रूप में गणना करने के लिए आइए एक उदाहरण लें-

उदाहरण-17. बढ़त या घटत का प्रतिशत ज्ञात करें, यदि

- (a) किसी कमीज का मूल्य 280 रु. से घटकर 250 रु हो जाता है।
(b) प्रवीण को जाँच परीक्षा में अंक 40 से बढ़कर 70 हो जाता है।

हल : (a) कमीज का सही मूल्य = 280 रु.

कमीज का घटा मूल्य = 250 रु.

मूल्य में कमी = $(280 - 250)$ रु. = 30 रु.

$$\begin{aligned}\text{मूल्य में प्रतिशत कमी} &= \frac{\text{मूल्य में कमी}}{\text{आधार मूल्य}} \times 100 \\ &= \frac{30}{280} \times 100 = \frac{300}{28} = \frac{75}{7} = 10\frac{5}{7}\% \end{aligned}$$

अतः घटने का प्रतिशत $10\frac{5}{7}\%$ है।

- (b) प्राप्तांक में बढ़त = $70 - 40 = 30$

$$\begin{aligned}\text{प्राप्तांक में प्रतिशत बढ़त} &= \frac{\text{बढ़ा हुआ प्राप्तांक}}{\text{प्रारंभ का प्राप्तांक}} \times 100 \\ &= \frac{30}{40} \times 100 = 75\% \end{aligned}$$

अर्थात् प्राप्तांक में 75% की वृद्धि हुई।

स्वयं करके देखिए

1. किसी शहर की जनसंख्या वर्ष 2005 में 7,00,000 (सात लाख) थी जो कि वर्ष 2010 में 10,00,000 (दस लाख) हो गई। तो जनसंख्या में हुई बढ़त प्रतिशत में ज्ञात कीजिए।
2. किसी विद्यालय के एक विद्यार्थी की फीस 200 रु. प्रतिमाह से बढ़ाकर 250 रु. प्रतिमाह कर देता है। फीस में हुई बढ़त प्रतिशत में ज्ञात कीजिए।
3. किसी देश में पिछले 10 वर्षों में अशिक्षितों की संख्या 125 लाख से घटकर 100 लाख रह गई। घटने का प्रतिशत कितना रहा?

10.5 किसी वस्तु से संबंधित मूल्य अर्थात् क्रय तथा विक्रय मूल्य

हमें अपने दैनिक जीवन में अनेक बार वस्तुओं को खरीदने या बेचने की आवश्यकता पड़ती है। एक दुकानदार वस्तुओं को थोक विक्रेता (Whole Seler) के यहाँ से खरीदकर लाता है और कुछ अधिक मूल्य लेकर वह ग्राहक को वस्तुएँ देता है। वस्तुओं को थोक विक्रेता के यहाँ से अपने दुकान तक लाने में उसे वस्तुओं का माल ढोने या कर चुकाने इत्यादि पर भी व्यय करना पड़ता है। आइए, दैनिक जीवन में प्रयोग होने वाले कुछ कथनों को समझने का प्रयत्न करें।

- (i) एक साइकिल 2000 रु. में दुकानदार द्वारा खरीदा गया और 50 रु. रिक्शा भाड़ा लगाकर उसे अपने दुकान में लाया फिर उसे 2550 रु. में ग्राहक को बेच दिया।
- (ii) एक फल के दुकानदार ने एक टोकरी सेब 500 रु. में खरीदा और उसे 390 रु. में बेच दिया।

अब पहले कथन पर विचार करते हैं। क्या आप बता सकते हैं कि दुकानदार द्वारा साइकिल खरीदने में कितना मूल्य अदा किया गया? निश्चित रूप से दुकानदार द्वारा साइकिल खरीदने में अदा किया मूल्य = $(2000 + 50)$ रु. = 2050 रु.

जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है। वह उसका क्रय मूल्य (Cost Price) कहलाता है। इसे संक्षिप्त में क्र. मू. (C.P) लिखा जाता है। वस्तुओं को खरीदने के लिए क्रयमूल्य के अतिरिक्त जो भी व्यय करना पड़ता है यह सभी उपरिव्यय कहलाते हैं और वस्तु के क्रय मूल्य का ही भाग बन जाते हैं।

अतः वस्तु का वास्तविक क्रय मूल्य = क्रय मूल्य + उपरिव्यय

जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है, वह उसका विक्रय मूल्य (Selling Price) कहलाता है और उसे संक्षिप्त में वि. मू. (S.P) लिखा जाता है।

अब स्पष्ट है कि साइकिल का क्रय मूल्य 2050 रु. एवं विक्रय मूल्य 2550 रु. है। इसी प्रकार सेब का क्रय मूल्य 500 रु. एवं विक्रय मूल्य 390 रु. है।

ऊपर के कथनों पर गौर करने के बाद स्पष्ट है कि जहाँ साइकिल का क्रय मूल्य से विक्रय मूल्य अधिक है वही सेब का क्रय मूल्य से विक्रय मूल्य कम है।

अतः यदि किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उस वस्तु के क्रय मूल्य से अधिक हो तो (बेचने वाले को) लाभ होता है।

यदि क्रय मूल्य < विक्रय मूल्य

तब लाभ (Profit) = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

यदि किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उस वस्तु के क्रय मूल्य से कम हो तो (बेचने वाले को) हानि होता है।

यदि क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य

तब हानि (Loss) = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

यदि किसी वस्तु का विक्रय मूल्य उस वस्तु के क्रय मूल्य के बराबर हो तो (बेचने वाले को) ना लाभ तथा ना हानि होता है।

यदि क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य हो तब ना लाभ तथा ना हानि होगी।

10.5.1 लाभ या हानि, प्रतिशत में

लाभ या हानि को प्रतिशत रूप में भी ज्ञात किया जा सकता है। हमें यह ध्यान में रखना होगा कि लाभ या हानि की गणना सदैव वास्तविक क्रय मूल्य पर ही करते हैं।

आइए उपर्युक्त उदाहरणों में हम प्रतिशत लाभ या प्रतिशत हानि भी ज्ञात कर सकते हैं।

(i) साइकिल का क्रय मूल्य = 2050 रु.

साइकिल का विक्रय मूल्य = 2550 रु.

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

= (2550 - 2050) रु.

= 500 रु.

प्रतिशत लाभ के लिए रश्मि एवं आलोक ने निम्न विधियाँ काम में ली।

रश्मि

$$\begin{aligned}\text{लाभ प्रतिशत} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \\ &= \frac{500}{2050} \times 100\end{aligned}$$

$$\text{अतः लाभ \%} = 24\frac{16}{41}\%$$

आलोक

∴ 2050 रु. पर 500 रु. का लाभ होता है।

$$\therefore 1 \text{ रु. पर लाभ} = \frac{500}{2050} \text{ रु.}$$

$$\text{अतः 100 रु. पर लाभ} = \frac{500}{2050} \times 100$$

$$\text{अतः लाभ \%} = 24\frac{16}{41}\%$$

(ii) इसी प्रकार आप दूसरे प्रश्न में भी हानि प्रतिशत ज्ञात कर सकते हैं।

यहाँ क्रय मूल्य = 500 रु. विक्रय मूल्य = 390 रु.

$$\begin{aligned}\text{अतः हानि} &= \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} \\ &= 500 \text{ रु.} - 390 \text{ रु.} = 110 \text{ रु.}\end{aligned}$$

रश्मि

$$\begin{aligned}\text{हानि प्रतिशत} &= \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \\ &= \frac{110}{500} \times 100 \\ &= 22\%\end{aligned}$$

आलोक

500 रु. पर हानि = 110 रु.

अतः 100 रु. पर हानि

$$= \frac{110}{500} \times 100 = 22\%$$

अतः हानि प्रतिशत 22 है।

उदाहरण-18. रामू ने एक पुरानी मोटरसाइकिल 12000 रु. में खरीदी और उसकी मरम्मत इत्यादि में 3000 रु. व्यय किए। उसने यह मोटरसाइकिल 18500 रु. में बेच दी। उसका लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : पहला तरीका— मोटरसाइकिल का क्रय मूल्य = 12000 रु.
मरम्मत पर व्यय = 3000 रु.

$$\begin{aligned}
\text{वास्तविक क्रय मूल्य} &= (12000 + 3000) \text{ रु.} &= 15000 \text{ रु.} \\
\text{मोटरसाइकिल का विक्रय मूल्य,} &&= 18500 \text{ रु.} \\
\text{यहाँ वि. मू.} > \text{क्र. मू.} && \\
\text{अतः लाभ} = \text{वि. मू.} - \text{क्र. मू.} &= 18500 \text{ रु.} - 15000 \text{ रु.} &= 3500 \text{ रु.} \\
\text{लाभ \%} &= \frac{3500}{15000} \times 100 \% &= 23\frac{1}{3} \%
\end{aligned}$$

हल : दूसरा तरीका—

$$\begin{aligned}
15000 \text{ रु. पर लाभ होता है} &= 3500 \text{ रु.} \\
1 \text{ रुपये पर लाभ होगा} &= \frac{3500}{15000} \\
\text{तो 100 रुपये पर लाभ होगा} &= \frac{3500}{15000} \times 100 &= 23\frac{1}{3} \%
\end{aligned}$$

उदाहरण-19. एक व्यापारी ने एक क्विण्टल गेहूँ 1200 रु. में खरीदा। पानी में भीग जाने के कारण उसे 9 रु. प्रति किलोग्राम के भाव से गेहूँ बेचना पड़ा। ज्ञात कीजिए उसे कितने प्रतिशत लाभ या हानि हुई।

हल : यहाँ 1 क्विण्टल (100 कि. ग्रा.) गेहूँ का क्रय मूल्य = 1200 रु.

100 कि. ग्रा. गेहूँ का विक्रय मूल्य, = $100 \times 9 = 900$ रु.

यहाँ वि. मू. < क्र. मू.

पहला तरीका:

$$\begin{aligned}
\text{अतः हानि} &= \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य} \\
&= 1200 - 900 = 300 \text{ रु.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{हानि \%} &= \frac{\text{हानि}}{\text{क्रय मूल्य}} \times 100 \\
&= \frac{300 \times 100}{1200} = 25
\end{aligned}$$

$$\text{हानि \%} = 25\%$$

दूसरा तरीका:

$$1200 \text{ रुपये पर हानि होती है} = 300$$

$$1 \text{ रुपये पर हानि होगी} = \frac{300}{1200}$$

$$100 \text{ रुपये पर हानि} = \frac{300}{1200} \times 100$$

$$= 25\%$$

उदाहरण-20. एक व्यापारी 1 टिन तेल 780 रुपये में खरीदता है। वह उसे प्रति लीटर किस भाव से बेचे कि उसे पूरे में 20% का लाभ हो ? (1 टिन में 15 लीटर तेल आता है।)

हल : पहला तरीका—

| | |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------|
| यहाँ 1 टिन तेल का क्रय मूल्य | = 780 रु. |
| लाभ | = 20% |
| अतः लाभ 780 रु. का 20 % | $= \frac{780 \times 20}{100} = 156 \text{ रु.}$ |
| विक्रय मूल्य | = क्रय मूल्य + लाभ |
| | = 780 रु. + 156 रु. = 936 रु. |
| अतः 1 टिन तेल का विक्रय मूल्य | = 936 रु. |
| अर्थात् 15 लीटर तेल का विक्रय मूल्य | = 936 रु. |
| विक्रय मूल्य प्रति लीटर | = $936 \div 15 = 62.40 \text{ रु. प्रति लीटर}$ |

हल : दूसरा तरीका—

| | |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 20% लाभ का अर्थ है | |
| 100 रु क्रय मूल्य है तो लाभ | = 20 रुपये. |
| अतः विक्रय मूल्य | = 100 + 20 = 120 रुपये |
| जब क्रय मूल्य = 100 रु., तब विक्रय मूल्य | = 120 रु. |
| जब क्रय मूल्य = 1 रु., तब विक्रय मूल्य | $= \frac{120}{100} \text{ रु.}$ |
| जब क्रय मूल्य = 780 रु., तब विक्रय मूल्य | $= \frac{120}{100} \times 780 \text{ रु.} = 936 \text{ रु.}$ |
| विक्रय मूल्य प्रति लीटर = $936 \div 15$ | = 62.40 रु. प्रति लीटर |

उदाहरण-21. एक टेलिविजन को 9000 रुपये में बेचने पर 10 प्रतिशत की हानि होती है। उसे कितने रुपये में बेचा जाए कि 15 प्रतिशत लाभ हो जाए ?

हल : पहला तरीका— हानि = क्रय मूल्य का 10%

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य - हानि

$$= \text{क्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य का } 10\% = \text{क्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \times \frac{10}{100}$$

$$\text{या, } 9000 = \text{क्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य} \times \frac{10}{100} \quad \left| \begin{array}{l} \text{अतः } 15\% \text{ लाभ} = 10000 \text{ का } 15\% \\ = 10000 \text{ का } \frac{15}{100} \\ = 1500 \text{ रु} \end{array} \right.$$

$$\text{या, } 9000 = \left(1 - \frac{10}{100}\right) \text{ क्रय मूल्य}$$

$$\text{या, } 9000 = \left(\frac{90}{100}\right) \text{ क्रय मूल्य}$$

$$\therefore \text{ क्रय मूल्य} = 9000 \times \frac{100}{90} = 10,000 \text{ रु.}$$

$$\therefore 15\% \text{ लाभ के लिए विक्रय मूल्य} \\ = (10000 + 1500) \text{ रु.} \\ = 11500 \text{ रु}$$

हल : दूसरा तरीका-

$$\text{टेलीविजन का विक्रय मूल्य} = 9000 \text{ रु.}$$

$$\% \text{ हानि} = 10\%$$

$$\text{माना कि टेलीविजन का क्रय मूल्य} = 100 \text{ रु. हो}$$

$$(10\% \text{ हानि पर बेचने पर) प्रथम विक्रय मूल्य} = 100 - 10 = 90 \text{ रु.}$$

$$\text{जब विक्रय मूल्य } 90 \text{ रु. हो तो क्रय मूल्य} = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{जब विक्रय मूल्य } 1 \text{ रु. हो तो क्रय मूल्य} = \frac{100}{90}$$

$$\text{जब विक्रय मूल्य } 9000 \text{ रु. हो तो क्रय मूल्य} = \frac{100}{90} \times 9000 = 10000 \text{ रु.}$$

$$\% \text{ लाभ} = 15\%$$

$$\text{अतः लाभ} = 10,000 \text{ का } 15\% = 10000 \times \frac{15}{100} = 1500 \text{ रु.}$$

$$15\% \text{ लाभ के लिए विक्रय मूल्य} = 10,000 + 1500 = 11,500 \text{ रु.}$$

अतः 15% लाभ कमाने के लिए दुकानदार को टेलीविजन 11,500 रु. में बेचनी चाहिए।

प्रश्नावली 10.3

1. निर्देशानुसार रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए-

| क्र.सं. | क्रय मूल्य | विक्रय मूल्य | लाभ या हानि (रु. में) | लाभ या हानि (% में) |
|---------|------------|--------------|-----------------------|--------------------------|
| (i) | 420 रु. | 450 रु. | लाभ = 30 रु. | लाभ % = $7\frac{1}{7}\%$ |
| (ii) | 700 रु. | 679 रु. | | |
| (iii) | 300 रु. | 324 रु. | | |
| (iv) | 110 रु. | 88 रु. | | |

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

| क्र.सं. | क्रय मूल्य | हानि/लाभ | विक्रय मूल्य | लाभ या हानि प्रतिशत में |
|---------|------------|-------------|--------------|--------------------------|
| (i) | 1200 रु. | 90 रु. लाभ | 1290 रु. | लाभ % = $7\frac{1}{2}\%$ |
| (ii) | 500 रु. | 25 रु. लाभ | | |
| (iii) | 630 रु. | 70 रु. हानि | | |
| (iv) | 400 रु. | 40 रु. हानि | | |

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

| क्र.सं. | विक्रय मूल्य (रु. में) | लाभ/हानि (रु. में) | क्रय मूल्य (रु. में) | लाभ या हानि (% में) |
|---------|------------------------|--------------------|----------------------|--------------------------|
| (i) | 1500 | हानि 350 | $1500 + 350 = 1850$ | $18\frac{34}{37}\%$ हानि |
| (ii) | 1400 | लाभ 280 | | |
| (iii) | 950 | हानि 50 | | |
| (iv) | 375 | लाभ 25 | | |

4. एक वस्तु का क्रय मूल्य 80 रु. है और वह वस्तु 25% के लाभ पर बेची गई तो लाभ और विक्रय मूल्य बताइए।
5. कोई मशीन 7% की हानि पर 837 रु. में बेची गई तो उसका क्रय मूल्य निकालिए।
6. किसी वस्तु की 72 रु. में बेचने से 10% की हानि होती है। बताइए कि उस वस्तु को कितने में बेचने 20% का लाभ होगा?
7. एक रेडियो को 880 रु. में बेचने से 10% लाभ होता है तो बताइए कि यदि उसे 760 रु. में बेचा जाय तो बेचने वाला कितने प्रतिशत के लाभ या हानि में रहेगा?
8. एक कुर्सी 20% हानि पर 240 रु. में बिकती है। यदि विक्रय मूल्य 10% बढ़ जाए तो बताइए कि कितने प्रतिशत की हानि होगी ?
9. एक व्यापारी ने 1 रुपये के 5 की दर से 1000 नींबू खरीदकर एक रुपये के 4 की दर से बेच दिया तो उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
10. एक दुकानदार ने दो साइकिलें 1100 रु. प्रति साइकिल के हिसाब से बेची। एक पर उसे 10% का लाभ एवं दूसरे पर उसे 20% की हानि हुई। बताइए उसे लाभ हुआ कि नहीं? लाभ या हानि प्रतिशत में ज्ञात कीजिए।

10.6 उधार दिए गए धन पर शुल्क अर्थात् साधारण ब्याज

दैनिक जीवन में हमें घरेलू खर्च के लिए व्यवसाय को बढ़ाने के लिए या अन्य कई कार्यों के लिए कुछ अतिरिक्त धन की आवश्यकता होती है। इसके लिए हमें बैंक या अन्य व्यक्तियों से धन उधार लेना पड़ता है। उधार लिए गए धन को **मूलधन (Principal)** कहते हैं।

यह धन, वापस करने से पहले ऋण प्राप्त करने वाले व्यक्ति द्वारा कुछ समय तक इसका उपयोग किया जाता है। अतः एक निश्चित अवधि तक धन को उपयोग में लाने के बदले कुछ अतिरिक्त धन बैंक या उधार देने वाले व्यक्तियों को देना होता है। उधार लिए गए धन के उपयोग के बदले जो अतिरिक्त धन चुकाना पड़ता है, यह अतिरिक्त धन **ब्याज (Interest)** कहलाता है।

एक निश्चित अवधि के बाद आपको मूलधन और ब्याज दोनों को मिलाकर पूरा धन, ऋण प्राप्त करने वाले को वापस करना होता है जिसे **मिश्रधन** कहते हैं।

$$\text{अर्थात् मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

ब्याज एक निश्चित दर पर परिकलित किया जाता है जो प्रायः प्रत्येक 100 रु. के लिए एक वर्ष के लिए निर्धारित होता है। इसे इस प्रकार लिखा जा सकता है, 8 प्रतिशत प्रतिवर्ष या 8 प्रतिशत वार्षिक।

8 प्रतिशत-वार्षिक का अर्थ है कि प्रत्येक 100 रु. पर प्रतिवर्ष 8 रु. ब्याज के रूप में अतिरिक्त देने होंगे <https://www.evidyarthi.in/>

आइए एक उदाहरण लेकर देखें कि ब्याज की गणना कैसे की जाती है।

उदाहरण-22. सुरेश 5500 रु. का ऋण, कृषि कार्य हेतु 5% वार्षिक की दर से ब्याज पर लेते हैं। ज्ञात कीजिए कि एक वर्ष बाद उसे कुल कितना धन वापस करना होगा।

हल : उधार ली गई राशि = 5500 रु.
ब्याज की दर = 5 प्रतिशत प्रतिवर्ष

इसका अर्थ है कि यदि वह 100 रु. उधार लेता है तब उसे एक वर्ष बाद 5 रु. ब्याज के रूप में भी देने होंगे।

अतः 5500 रु. के उधार पर उसें 1 वर्ष बाद देने होंगे : $\frac{5}{100} \times 5500$ रु. = 275 रु.

अर्थात् एक वर्ष बाद उसे ब्याज मिलाकर मिश्रधन देना होगा

$$= 5500 \text{ रु.} + 275 \text{ रु.} = 5775 \text{ रु.}$$

एक वर्ष का ब्याज ज्ञात करने के लिए हम एक संबंध या सूत्र भी प्राप्त कर सकते हैं।

यदि हम मूलधन को P से तथा दर R% वार्षिक को R से प्रदर्शित करते हैं तो हमें प्रत्येक 100 रु. के लिए एक वर्ष का R रु. ब्याज देना होगा।

अतः P रु. उधार लेने पर एक वर्ष का ब्याज I होगा।

$$I = \frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}$$

10.6.1 अनेक वर्षों के लिए ब्याज

अगर धन एक वर्ष से अधिक समय के लिए उधार लिया जाता है तब ब्याज की भी उतने समय के लिए गणना की जाती है जितने समय के लिए धन रखा गया है। उदाहरण के लिए यदि सुरेश वही धन उसी दर पर 2 वर्ष बाद वापस करता तब उसे ब्याज भी दुगुना अर्थात् 275

पहले वर्ष के लिए तथा 275 दूसरे वर्ष के लिए। मूलधन वही रहता है, बदलता नहीं और ब्याज भी प्रत्येक वर्ष के लिए समान ही रहता है। इस प्रकार के ब्याज को साधारण ब्याज कहते हैं। जिस प्रकार वर्षों की संख्या बढ़ती जाती है उसी प्रकार ब्याज की राशि, भी।

उदाहरण के लिए -3 वर्षों के लिए 100 रु. 12 प्रतिशत वार्षिक दर से उधार लेने पर 3 वर्षों बाद ब्याज देना होगा

$$12 + 12 + 12 = 3 \times 12 = 36 \text{ रु.}$$

हम एक वर्ष से अधिक समय के लिए साधारण ब्याज ज्ञात करने के लिए सूत्र प्राप्त कर सकते हैं।

ऊपर हम देख चुके हैं कि P रु. मूलधन के लिए R% वार्षिक की दर से 1 वर्ष बाद ब्याज देना होता है $\frac{R \times P}{100}$

अतः T वर्षों के लिए दिया गया, साधारण ब्याज (I) होगा:

$$I = \frac{T \times R \times P}{100} = \frac{P \times R \times T}{100} \text{ या } \frac{PRT}{100}$$

और T वर्षों बाद मिश्रधन A होगा $A = P + I$

स्वयं करके देखिए

1. सारणी में दिए गए रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

| क्र.सं. | मूलधन | ब्याज | मिश्रधन |
|---------|----------|---------|---------|
| 1. | 625 रु. | 125 रु. | 750 रु. |
| 2. | 350 रु. | | 700 रु. |
| 3. | 3200 रु. | 320 रु. | |
| 4. | | 1750.00 | 2895.00 |

2. साधारण ब्याज की गणना कीजिए -

- मूलधन 4000 रु., दर 6%, समय 3 वर्ष
- मूलधन 900 रु., दर 5.5%, समय 4 वर्ष

3. मिश्रधन की गणना कीजिए -

- (i) मूलधन 4000 रु., दर 5%, समय 2 वर्ष
- (ii) मूलधन 1000 रु., दर 7.25%, समय 8 माह
- (iii) मूलधन 1500 रु., दर 6.5%, समय 146 दिन

(नोट : यदि समय, दिन या महिना में हो तो उसे वर्ष में बदल लें)

10.6.2 मूलधन, दर तथा समय की गणना

साधारण ब्याज के प्रश्नों में मूलधन (P), दर (R) एवं समय (T) ज्ञात होने पर हम ब्याज (I) की गणना करते हैं। अब यदि इन चार राशियों में से कोई तीन का मान ज्ञात हो तो क्या चौथी राशि का मान ज्ञात कर सकते हैं?

आइए एक उदाहरण पर विचार करते हैं।

उदाहरण-23. एक व्यक्ति ने बैंक से 1800 रु. उधार लिया। कुछ दिन बाद वह बैंक में जाता है तो उसे बताया गया कि मूलधन के अतिरिक्त उसे 324 रु. और देना पड़ेगा। यदि ब्याज दर 6% हो तो वह व्यक्ति कितने दिन बाद बैंक गया था?

| | | |
|------|----------------|------------|
| हल : | यहाँ मूलधन (P) | = 1800 रु. |
| | दर (R) | = 6 % |
| | ब्याज (I) | = 324 रु. |
| | समय | = ? |

हमें मालूम है, साधारण ब्याज (I) = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$$324 = \frac{1800 \times 6 \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{समय} = \frac{324}{18 \times 6} = 3 \text{ वर्ष}$$

उदाहरण-24. अनवर ने एजाज से 5000 रु. उधार लिया। 2 वर्ष पश्चात् उसने 6225 रु. देकर एजाज से अपना हिसाब कर दिया। ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ मूलधन = 5000 रु. मिश्रधन = 6225 रु. समय = 2 वर्ष

यहाँ साधारण ब्याज नहीं दिया गया है परन्तु मिश्रधन दिया गया है इसलिए पहले ब्याज की गणना करनी चाहिए।

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज} &= \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= 6225 - 5000 = 1225 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

पहला तरीका

$$1225 = \frac{5000 \times \text{दर} \times 2}{100}$$

$$1225 = 100 \times \text{दर}$$

$$\text{दर} = \frac{1225}{100}$$

$$= 12.25\%$$

दूसरा तरीका

$$\text{दर} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$$

$$\text{दर} = \frac{1225 \times 100}{5000 \times 2}$$

$$= 12.25\%$$

उदाहरण-25. 10 % वार्षिक गणना पर किस धन का 26 मार्च 2009 से 19 अगस्त 2009 तक का ब्याज 140 रु. होगा?

हल : यहाँ दर = 10%, ब्याज = 140 रु.

| मार्च | अप्रैल | मई | जून | जुलाई | अगस्त | कुल |
|-------|--------|----|-----|-------|-------|-----|
| 5 | 30 | 31 | 30 | 31 | 19 | 146 |

समय = 146 दिन = $146/365$ वर्ष = $2/5$ वर्ष मार्च - 05 दिन (26 मार्च को छोड़कर)

$$\begin{aligned}\text{मूलधन} &= \frac{\text{साधारण ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}} \\ &= \frac{140 \times 100}{10 \times \frac{2}{5}} = \frac{140 \times 100 \times 5}{10 \times 2} = 3500 \text{ रु.}\end{aligned}$$

उदाहरण 26 कितने समय में 550 रुपये 10 प्रतिशत वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 660 रु. हो जाएंगे।

हल यहाँ मूलधन = 550 रु., मिश्रधन = 660 रु., दर = 10 % समय = ?

$$\begin{aligned}\text{ब्याज} &= \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= 660 - 550 = 110 \text{ रु.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{समय} &= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}} \\ &= \frac{110 \times 100}{10 \times 550} = 2 \text{ वर्ष}\end{aligned}$$

स्वयं करके देखिए

1. किसी धन का 12.5 प्रतिशत वार्षिक दर से 4 वर्ष का ब्याज 250 रु. है। तो वह धन ज्ञात कीजिए।
2. कितने प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से 600 रु. 3 वर्षों में 744 रु. हो जाएगा?
3. कितने समय में कोई धन 10 प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से दुगुना हो जाएगा?

प्रश्नावली—10.4

1. 750 रु. का 9 % वार्षिक ब्याज की दर से 6 वर्षों का ब्याज ज्ञात कीजिए तथा मिश्रधन भी निकालिए।
2. 500 रु. का 1 रु. 50 पैसे प्रति सैकड़े प्रतिमाह की दर से 15 महीने का ब्याज ज्ञात करें।

3. कितने प्रतिशत वार्षिक ब्याज की दर से कोई मूलधन 4 वर्षों में अपना सवा गुना हो जाएगा?
4. कितने प्रतिशत ब्याज की दर से 450 रु. तीन वर्षों में 504 रु. हो जाएगा?
5. यदि कोई मिश्रधन 5 वर्षों में मूलधन का $5/4$ हो जाता है तो ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।
6. कितने वर्षों में 5% वार्षिक ब्याज की दर से 600 रु. का मिश्रधन 700 रु. हो जाएगा?
7. कितने समय में $6\frac{1}{2}$ वार्षिक ब्याज की दर से कोई धन दुगुना हो जाएगा?
8. 12% वार्षिक ब्याज की दर से कौन सा धन 5 वर्षों में 400 रु. हो जाएगा?
9. कितना धन 5% वार्षिक ब्याज की दर से 8 वर्षों में 560 रु. हो जाएगा?
10. कितने धन का 6% वार्षिक ब्याज की दर से 2.5 वर्ष में वही ब्याज होगा जो 400 रु. का 5 वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्षों में होगा?

हमने सीखा

1. अपने दैनिक जीवन में हमें प्रायः दो राशियों के बीच तुलना करनी पड़ती है। ये राशियाँ ऊँचाई, भार, वेतन, प्राप्तांक आदि हो सकती हैं।
2. दो राशियाँ a और b की तुलना करने पर हम इसे अनुपात रूप में $a : b$ लिखते हैं।
3. दो अनुपातों की तुलना उन्हें समान हर वाली भिन्नों से बदलकर की जा सकती है। यदि दोनों समान हर वाली भिन्न समान है तब हम कहते हैं कि दोनों अनुपात भी तुल्य अनुपात हैं।
4. यदि दो अनुपात तुल्य है तब उनके चारों पद एक समानुपात बनाते हैं। उदाहरण के लिए दो अनुपात $a : b$ एवं $c : d$ तुल्य हैं। अतः a, b, c तथा d समानुपात में हैं।
5. तुलना करने की एक विधि प्रतिशत भी है। भिन्न जिनके हर 100 होते हैं उनके अंश प्रतिशत प्रकट करते हैं। प्रतिशत का अर्थ होता है प्रत्येक सौ पर। उदाहरण के लिए $5/100$ को 5% भी कहा जाता है।
6. भिन्नों को प्रतिशत में बदला जा सकता है तथा प्रतिशत को भिन्नों में। दशमलव भिन्न को भी प्रतिशत में बदला जा सकता है तथा प्रतिशत को दशमलव में बदला जा सकता है।

7. प्रतिशत के हमारे दैनिक में व्यापक उपयोग हैं।
- (i) जब हमें किसी राशि का प्रतिशत ज्ञात हो तो हम वह सम्पूर्ण राशि ज्ञात कर सकते हैं।
 - (ii) यदि हमें किसी राशि के भागों में अनुपात दिया हो तो हम उन्हें प्रतिशत में भी बदल सकते हैं।
 - (iii) किसी राशि का घटना या बढ़ना भी प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।
 - (iv) किसी वस्तु का क्रय मूल्य में हुए लाभ या हानि को भी प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।
 - (v) उधार लिए गए धन पर ब्याज परिकलन के लिए उसकी दर प्रतिशत में ही दी जाती है।
8. (i) किसी अनुपात को प्रतिशत में बदलने के लिए अनुपात को भिन्न के रूप में बदलते हैं।
- (ii) किसी अनुपात को प्रतिशत में बदलने के लिए भिन्न को 100 से गुणा करके प्रतिशत का चिह्न (%) इसके साथ लगाकर गणना करते हैं।