

## समरूप आवेशित अचालक गोले के कारण विद्युत की तीव्रता

(electric field intensity due to uniformly charged non conducting sphere) समरूप आवेशित अचालक गोले के कारण विद्युत की तीव्रता :

सबसे पहले इस बात पर ध्यान दे की जब एक चालक गोले को आवेश दिया जाता है तो सम्पूर्ण आवेश चालक के पृष्ठ पर वितरित हो जाता है लेकिन जब एक अचालक गोले को आवेश दिया जाता है तो वह उसी स्थान पर बना रहता है जहाँ उसे (आवेश) दिया जाता है क्योंकि अचालक पदार्थ में आवेश गति नहीं कर सकता है।

मान लीजिये एक अचालक गोला है जिसकी त्रिज्या R है तथा इस अचालक गोले पर Q आवेश समान रूप से वितरित है अतः दूसरे शब्दों में कह सकते हैं की यह Q आवेश गोले के सम्पूर्ण आयतन में समान रूप से वितरित है।

अतः आयतन आवेश घनत्व निम्न प्रकार लिखा जायेगा

$$\rho = \text{कुल आवेश} / \text{कुल आयतन}$$

हमें गोले के केंद्र O से r दूरी पर स्थित P बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है इसलिए हम r त्रिज्या के गोलीय गाउसियन पृष्ठ की कल्पना करते हैं।

यहाँ बिन्दु P की 3 स्थितियां हो सकती हैं।

### 1. जब P बिंदु गोले के बाहर स्थित हो (r > R)

जब P बिंदु गोले के बाहर स्थित हो तथा इस स्थिति में हम P बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता निम्न प्रकार ज्ञात कर सकते हैं।

पृष्ठ द्वारा परिवद्ध आवेश

$$\text{कुल } q = Q$$

गाउसियन पृष्ठ से सम्बद्ध कुल विद्युत फ्लक्स

$$\Phi = E \cdot S = Q / \epsilon_0$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$\Phi = E \cdot 4\pi r^2 = Q / \epsilon_0$$

$$E = Q / 4\pi r^2 \epsilon_0$$

चूँकि

अतः

Q का मान रखने पर

$$\rho = \frac{Q}{(4/3)\pi R^3}$$

### 2. जब बिंदु गोले के पृष्ठ पर स्थित हो अर्थात् r = R

P बिन्दु का दूसरी स्थिति यह बन सकती है की P बिंदु गोले के पृष्ठ पर स्थित है इस दशा में गोले की त्रिज्या R, गाउसियन पृष्ठ की त्रिज्या r के बराबर होगी।

पिछली स्थिति से हमने ज्ञात किया है

$$E = Q / 4\pi r^2 \epsilon_0$$

Q का मान रखने पर

$$Q = \frac{\rho 4\pi R^3}{3}$$

चूँकि इस स्थिति में r = R है तो यह मान सूत्र में रखने पर

उपरोक्त दोनों स्थितियों का अध्ययन करने के बाद यह बात स्पष्ट रूप से देखी जा सकती है की समरूप आवेशित कुचालक के लिए बाहरी बिंदुओं के लिए विद्युत क्षेत्र ऐसे व्यवहार करता है जैसे मानो सम्पूर्ण आवेश  $Q$  गोले के केंद्र पर रखा गया है।

### 3. जब P बिंदु गोले के अंदर स्थित है अर्थात $r < R$

जब P बिंदु गोले के अंदर स्थित होगा तो इस स्थिति में एक  $r$  त्रिज्या वाले गाउसियन पृष्ठ गोले की कल्पना करते हैं।

अतः गाउसियन पृष्ठ द्वारा परिबद्ध आवेश

$$Q' = \rho \times 4/3 \pi r^3$$

$Q'$  = एकांक क्षेत्रफल का आवेश घनत्व  $\times$  कुल क्षेत्रफल

एकांक क्षेत्रफल का आवेश घनत्व ( $\rho$ ) = कुल आवेश / कुल आयतन

अतः  $Q'$  का मान में  $\rho$  का मान रखने पर

यहाँ गाउसियन पृष्ठ से बाहर व गोले की सतह के मध्य अर्थात दोनों सतहों के मध्य स्थित आवेश ( $Q - Q'$ ) के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी।

गाउस के नियम (gauss's law) से गाउसियन पृष्ठ से निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\Phi = E.S = Q'/\epsilon_0$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$\Phi = E. 4\pi r^2 = Q'/\epsilon_0$$

$Q'$  का मान रखने पर

$$\Phi = Qr^3/R^3\epsilon_0$$

$$E. 4\pi r^2 = Qr^3/R^3\epsilon_0$$

$$E = Qr/4\pi R^3\epsilon_0$$

अतः

$$E = \rho r/3\epsilon_0$$

गोले के केंद्र  $r = 0$  पर

मान रखने पर

$$E = 0$$

अतः गोले के केंद्र पर वैद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है

$$E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}$$

$$\rho = \frac{Q}{4/3\pi R^3}$$

$$Q' = \frac{Qr^3}{R^3}$$

$$Q = \frac{\rho 4\pi R^3}{3}$$