



जरा आठवूया.

- मागील इयत्तेत आपण पूर्णाकांची बेरीज व वजाबाकी करायला शिकलो आहोत. त्याचा उपयोग करून खालील रिकाम्या जागा भरा.

(1) $5 + 7 = \square$

(2) $10 + (-5) = \square$

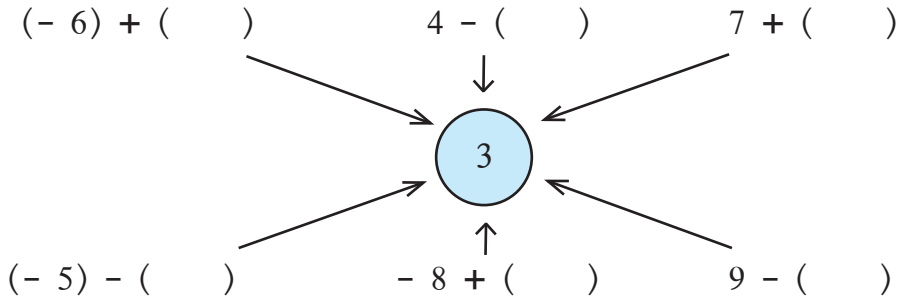
(3) $-4 + 3 = \square$

(4) $(-7) + (-2) = \square$

(5) $(+8) - (+3) = \square$

(6) $(+8) - (-3) = \square$

- खालील प्रत्येक क्रियेचे उत्तर 3 येईल अशा प्रकारे रिकाम्या कंसांत योग्य संख्या लिहा.



जाणून घेऊया.

पूर्णांक संख्यांचा गुणाकार

मयूरी शाळेतून घरी जाताना तिची सायकल पंक्चर झाली. पंक्चर काढण्यासाठी तिच्याकडे पुरेसे पैसे नव्हते. तेव्हा तिला सुशांत, स्नेहल आणि कल्पनाने प्रत्येकी पाच रुपये उसने दिल्याने तिच्याजवळ 15 रुपये उसने गोळा झाले व तिच्या सायकलची दुरुस्ती झाली. आपण उसने रुपये किंवा कर्ज ‘-’ (ऋण) चिन्हाने दाखवतो म्हणजे मयूरीवर 15 रुपयांचे कर्ज होते किंवा तिच्याजवळ - 15 रुपये होते.

येथे आपण $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ हे जाणून घेतले.

यावरून $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = -15$ हे ध्यानात येते.

दुसऱ्या दिवशी मयूरीने आईकडून 15 रुपये आणून प्रत्येकाचे पैसे परत केले व कर्ज फेडले किंवा कमी केले. कर्ज काढून टाकणे म्हणजे पैसे मिळवणे हे समजून $-(-15) = +15$ हे लक्षात घ्या.

आपण पूर्ण संख्यांचे गुणाकार व भागाकार शिकलो आहोत. या क्रिया करण्यासाठी पाढे देखील तयार केले आहेत. आता पूर्णांक संख्यांचे गुणाकार अभ्यासू म्हणजेच ऋण संख्या, धन संख्या व शून्य मिळून जो समूह आहे त्यातील संख्यांचे गुणाकार पाहू.

$(-3) + (-3) + (-3) + (-3)$ ही बेरीज म्हणजेच (-3) ही संख्या 4 वेळा घेऊन केलेली बेरीज होय. ती -12 येते. ही बेरीज आपण $(-3) \times 4 = -12$ अशी लिहू शकतो. त्याचप्रकारे $(-5) \times 6 = -30$, $(-7) \times 2 = -14$, $8 \times (-7) = -56$

आता (-4) चा पाढा तयार करू.

$$(-4) \times 0 = 0$$

$$(-4) \times 1 = -4$$

$$(-4) \times 2 = -8$$

$$(-4) \times 3 = -12 \quad \downarrow$$

यातील आकृतिबंधाचे निरीक्षण करा. येथे (-4) चा गुणक एका एककाने वाढला की गुणाकार 4 ने कमी झालेला दिसतो.

हाच आकृतिबंध ठेवून (-4) हा पाढा वरच्या बाजूला गुणक कमी करून वाढवला, तर तो असा होईल.

$$(-4) \times (-2) = 8 \quad \uparrow$$


$$(-4) \times (-1) = 4$$

$$(-4) \times 0 = 0$$

(-4) चा गुणक एका एककाने कमी झाला, की गुणाकार 4 ने वाढतो हे ध्यानात घ्या.

खालील सारणीत (-5) चा पाढा दिला आहे. सारणीतील (-6) व (-7) चे पाढे पूर्ण करा.

$(-5) \times (-3) = 15$	$(-6) \times (-3) = \square$	$(-7) \times (-3) = \square$
$(-5) \times (-2) = 10$	$(-6) \times (-2) = \square$	$(-7) \times (-2) = \square$
$(-5) \times (-1) = 5$	$(-6) \times (-1) = \square$	$(-7) \times (-1) = \square$
$(-5) \times 0 = 0$	$(-6) \times 0 = \square$	$(-7) \times 0 = \square$
$(-5) \times 1 = -5$	$(-6) \times 1 = \square$	$(-7) \times 1 = \square$
$(-5) \times 2 = -10$	$(-6) \times 2 = \square$	$(-7) \times 2 = \square$
$(-5) \times 3 = -15$	$(-6) \times 3 = \square$	$(-7) \times 3 = \square$
$(-5) \times 4 = -20$	$(-6) \times 4 = \square$	$(-7) \times 4 = \square$

 हे मला समजले.

- दोन धन पूर्णांकांचा गुणाकार धन पूर्णांक येतो.
- एक धन पूर्णांक व एक ऋण पूर्णांक यांचा गुणाकार ऋण पूर्णांक येतो.
- दोन ऋण पूर्णांकांचा गुणाकार धन पूर्णांक येतो.

$$\begin{aligned} (\text{धन संख्या}) \times (\text{धन संख्या}) &= (\text{धन संख्या}) \\ (\text{धन संख्या}) \times (\text{ऋण संख्या}) &= (\text{ऋण संख्या}) \\ (\text{ऋण संख्या}) \times (\text{धन संख्या}) &= (\text{ऋण संख्या}) \\ (\text{ऋण संख्या}) \times (\text{ऋण संख्या}) &= (\text{धन संख्या}) \end{aligned}$$

सरावसंच 8

⊙ गुणाकार करा.

(i) $(-5) \times (-7)$ (ii) $(-9) \times (6)$ (iii) $(9) \times (-4)$ (iv) $(8) \times (-7)$

(v) $(-124) \times (-1)$ (vi) $(-12) \times (-7)$ (vii) $(-63) \times (-7)$ (viii) $(-7) \times (15)$



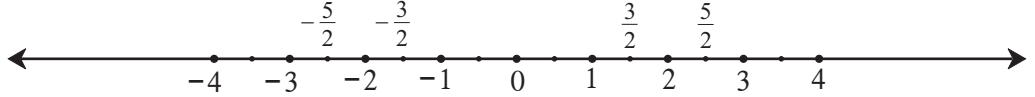
जाणून घेऊया.

पूर्णांक संख्यांचा भागाकार

एका धन पूर्णांकाला दुसऱ्या धन पूर्णांकाने भागण्याची क्रिया आपल्याला माहित आहे. असा भागाकार पूर्ण संख्या किंवा अपूर्णांक असतो, हेही आपण जाणतो.

$$\text{जसे, } 6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3, \quad 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

संख्यारेषेवर शून्याच्या डावीकडे आपण ऋण पूर्णांक संख्या दाखवू शकतो. त्याचप्रमाणे त्यांचे भागही दाखवू शकतो.



येथे $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ या संख्या, संख्यारेषेवर दाखवल्या आहेत.

$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$, $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ या परस्पर विरुद्ध संख्यांच्या जोड्या आहेत हे ध्यानात घ्या.

$$\text{म्हणजेच } \frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0, \quad \frac{3}{2} + \frac{(-3)}{2} = 0, \quad -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$$

विरुद्ध संख्यांच्या जोडीला बेरीज व्यस्त संख्यांची जोडी असेही म्हणतात.

$(-1) \times (-1) = 1$ हे आपण पाहिले आहे. या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना (-1) ने भागले तर $(-1) = \frac{1}{(-1)}$ हे समीकरण मिळते. म्हणून $\frac{1}{(-1)}$ हा भागाकार म्हणजे (-1) आहे हे जाणून घ्या.

यावरून $6 \times (-1) = 6 \times \frac{1}{(-1)} = \frac{6}{(-1)}$ हे समजते.

धन पूर्णांकाला ऋण पूर्णांकाने भागणे

$$\frac{7}{-2} = \frac{7 \times 1}{(-1) \times 2} = 7 \times \frac{1}{(-1)} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{1} \times (-1) \times \frac{1}{2} = \frac{(7) \times (-1)}{2} = \frac{-7}{2}$$

ऋण पूर्णांकाला ऋण पूर्णांकाने भागणे

$$\frac{-13}{-2} = \frac{(-1) \times 13}{(-1) \times 2} = \frac{(-1)}{(-1)} \times 13 \times \frac{1}{2} = (-1) \times \frac{(-1)}{1} \times \frac{13}{2} = 1 \times \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

याचप्रमाणे $\frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$, $\frac{-18}{-2} = \frac{18}{2} = 9$ इत्यादी पडताळून पाहा.

यावरून ऋण पूर्णांकांचा भागाकार समजतो.

एका पूर्णांक संख्येला दुसऱ्या शून्येतर पूर्णांक संख्येने भागले की मिळणारा भागाकार लिहिताना छेद हा धन पूर्णांक संख्या असावा हा संकेत आहे, म्हणून $\frac{7}{-2} = \frac{-7}{2}$, $\frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$ असे लिहितात.



हे मला समजले.

पूर्णांक संख्यांच्या भागाकाराचे नियम गुणाकाराच्या नियमांसारखे आहेत.

- दोन धन पूर्णांक संख्यांचा भागाकार, धन संख्या येते.
- दोन ऋण पूर्णांक संख्यांचा भागाकार, धन संख्या येते.
- धन पूर्णांक व ऋण पूर्णांक यांचा भागाकार, नेहमी ऋण संख्या येते.

सरावसंच 9

1. खालील उदाहरणे सोडवा.

- (i) $(-96) \div 16$ (ii) $98 \div (-28)$ (iii) $(-51) \div 68$ (iv) $38 \div (-57)$
(v) $(-85) \div 20$ (vi) $(-150) \div (-25)$ (vii) $100 \div 60$ (viii) $9 \div (-54)$
(ix) $78 \div 65$ (x) $(-5) \div (-315)$

2*. ज्यांचे उत्तर $\frac{24}{5}$ येईल असे पूर्णांकांचे तीन भागाकार तयार करा.

3*. ज्यांचे उत्तर $\frac{-5}{7}$ येईल असे पूर्णांकांचे तीन भागाकार तयार करा.

4. खाली एका तलावात काही संख्या धारण केलेले मासे आहेत. कोणत्याही 4 जोड्या घेऊन त्यांतील संख्यांचे गुणाकार करा. तसेच चार वेगळ्या जोड्या घेऊन त्यांतील संख्यांचा भागाकार करा.

उदाहरणार्थ

1. $(-13) \times (-15) = 195$

2. $(-24) \div 9 = \frac{-24}{9} = \frac{-8}{3}$

