



जाणून घेऊया.

सरासरी

अस्मिताला रोज घरापासून सायकलने शाळेत जाण्यासाठी किती मिनिटे लागतात ते दिले आहे. अस्मिताला सोमवार ते शनिवार सायकलने शाळेत जाण्यासाठी लागलेला वेळ खालील सारणीत दिला आहे.



वार	सोमवार	मंगळवार	बुधवार	गुरुवार	शुक्रवार	शनिवार
मिनिटे	20	20	22	18	18	20

यावरून असे दिसते की कधी तिला 18 मिनिटे लागतात, कधी 22 मिनिटे लागतात, तर कधी 20 मिनिटे लागतात. शाळेच्या 6 दिवसांचा विचार केला तर तिला शाळेत जाण्यासाठी दररोज अंदाजे किती मिनिटे लागतात ?

गणितात असा अंदाज करण्यासाठी सरासरी काढतात. येथे 6 दिवसांच्या मिनिटांची बेरीज करून त्या बेरजेला 6 ने भागले तर जी संख्या मिळते ती अंदाजे रोज लागणारी वेळ असते. ती या सर्व संख्यांची सरासरी आहे.

$$\begin{aligned} \text{सरासरी} &= \frac{\text{सहा दिवसांतील शाळेत जाण्यासाठी लागणाऱ्या मिनिटांची बेरीज}}{\text{एकूण दिवस}} \\ &= \frac{20 + 20 + 22 + 18 + 18 + 20}{6} = \frac{118}{6} = 19 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

अस्मिताला शाळेत जाण्यासाठी सरासरी $19 \frac{2}{3}$ मिनिटे एवढा वेळ रोज लागतो.

उदा. एका शाळेने, विद्यार्थ्यांचे घर शाळेपासून किती दूर आहे हे जाणून घेण्यासाठी सर्वेक्षण केले. त्यांपैकी खाली सहा विद्यार्थ्यांचे त्यांच्या घरापासून शाळेपर्यंतचे अंतर दिले आहे. त्या अंतरांची सरासरी काढू. 950 मी, 800 मी, 700 मी, 1.5 किमी, 1 किमी, 750 मी.

उकल : विद्यार्थ्यांच्या घरापासून शाळेपर्यंतच्या अंतराची सरासरी काढण्याकरिता सर्व अंतरे एकाच एककात मोजावी लागतात.

$$\begin{aligned} \text{सरासरी} &= \frac{\text{सहा विद्यार्थ्यांचे घर व शाळा यांमधील अंतरांची बेरीज}}{\text{एकूण विद्यार्थी}} \\ &= \frac{950 + 800 + 700 + 1500 + 1000 + 750}{6} = \frac{5700}{6} = 950 \text{ मी} \end{aligned}$$

1 किमी = 1000 मीटर
1.5 किमी = 1500 मीटर

शाळेतील विद्यार्थ्यांचे घर व शाळा यांमधील अंतरांची सरासरी 950 मीटर आहे.



चला, चर्चा करूया.

उदा. एका आठवड्यात सातही दिवस दोरीच्या उड्यांचा सराव ऋतुजा करत होती. प्रत्येक दिवशी एका मिनिटात तिने मारलेल्या उड्यांची संख्या खाली दिली आहे.

60, 62, 61, 60, 59, 63, 58

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{सात दिवसांत मारलेल्या उड्यांची बेरीज}}{\text{एकूण दिवस}}$$

$$= \frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{7} = \frac{\square}{\square}$$



एका मिनिटात मारलेल्या उड्यांची सरासरी = 60.42

ज्या संख्येबद्दल माहिती हवी, तिचे जेवढे नमुने आपल्याला दिलेल्या सामग्रीत मिळतात, त्यांना प्राप्तांक म्हणतात.

आपण जाणतो की, दोरीच्या उड्या नैसर्गिक संख्यांमध्ये मोजतात. कोणत्याही दिवशी अपूर्णाकात उड्या मारलेल्या नसतात. पण सरासरी अपूर्णाकात येऊ शकते.



हे मला समजले.

$$\text{सरासरी} = \frac{\text{दिलेल्या माहितीमधील सर्व प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{एकूण प्राप्तांकांची संख्या}}$$

उपक्रम : * वर्गातील विद्यार्थ्यांचे 10 चे गट करून प्रत्येक गटातील मुलांच्या उंचीची सरासरी काढा.

* वर्गशिक्षकांकडून हजेरी पत्रक घेऊन एका आठवड्याची सरासरी हजेरी काढा.

सरावसंच 54

- एका शहरामध्ये एका आठवड्यात पडलेला पाऊस मिमी मध्ये दिला आहे. त्यावरून आठवड्याची पावसाची सरासरी काढा.
9, 11, 8, 20, 10, 16, 12
- शाळेच्या स्नेहसंमेलनामध्ये स्वयंसिद्धा महिला बचत गटाने आपला खाद्यपदार्थांचा स्टॉल लावला होता. दर तासाला झालेली विक्री ₹ 960, ₹ 830, ₹ 945, ₹ 800, ₹ 847, ₹ 970 याप्रमाणे आहे. तर ताशी सरासरी किती रुपयांची विक्री झाली ?
- विदर्भात 5 वर्षांत पडलेल्या पावसाची नोंद खाली दाखवली आहे. त्यावरून पावसाची 5 वर्षांतील सरासरी काढा.
900 मिमी, 650 मिमी, 450 मिमी,
733 मिमी, 400 मिमी
- एका शेतकऱ्याने पशुखाद्याची पोती आणली. त्यांची वजने कि.ग्रॅ मध्ये खाली दिली आहेत. तर पोत्यांचे सरासरी वजन काढा.
49.8, 49.7, 49.5, 49.3, 50, 48.9,
49.2, 48.8



जाणून घेऊया.

वारंवारता वितरण सारणी (Frequency distribution table)

कधी कधी दिलेल्या माहितीमध्ये काही प्राप्तांक अनेक वेळा येतात. एखादा प्राप्तांक किती वेळा आला आहे हे दाखवणाऱ्या संख्येला त्या प्राप्तांकाची वारंवारता म्हणतात. अशावेळी वारंवारता सारणी तयार करतात. या सारणीमध्ये प्राप्तांक, ताळ्याच्या खुणा व वारंवारता असे तीन स्तंभ असतात.

1. पहिल्या स्तंभामध्ये लहान संख्येपासून सुरुवात करून मोठ्या संख्येपर्यंतचे प्राप्तांक लिहा.
उदा. 1, 2, 3, 4, 5, 6 या संख्या एकाखाली एक क्रमाने मांडाव्या.
2. माहितीमधील संख्या क्रमाने वाचा. प्रत्येक वेळी माहितीमधील संख्या वाचली, की सारणीमध्ये त्या संख्येजवळच्या स्तंभात 'I' अशी खूण करा. या खुणेला ताळ्याची खूण म्हणतात.
जसे 3 ही संख्या वाचून 3 या संख्येसमोर दुसऱ्या स्तंभात 'I' अशी खूण करा. चार खुणांपर्यंतच्या खुणा IIII अशा लिहिल्या तर पाचवी खूण IIII अशी करा. त्यामुळे ताळ्याच्या एकूण खुणा मोजणे सोपे होते.
3. प्रत्येक संख्येसमोरील ताळ्याच्या एकूण खुणांची संख्या मोजून लिहा. तिला वारंवारता म्हणतात. तिसऱ्या स्तंभात वारंवारता लिहा.
4. शेवटी सर्व वारंवारतांची बेरीज करतात. ती N या अक्षराने दर्शवतात. ही बेरीज एकूण प्राप्तांकांइतकी असते.

दिलेल्या माहितीवरून वारंवारता सारणी तयार करणे

उदा. एका वर्गातील काही मुलींचे घरापासून शाळेपर्यंतचे अंतर (किमी) मध्ये दिले आहे.

1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6

त्यावरून वारंवारता सारणी कशी तयार करतात ते पाहू.

प्राप्तांक	ताळ्याच्या खुणा	वारंवारता
1	II	2
2	I	1
3	II	2
4	IIII	5
5	II	2
6	III	3
	एकूण वारंवारता	N = 15

प्राप्तांक मोजताना जी संख्या मोजली, ती लक्षात ठेवण्यासाठी त्या संख्येवर रेघ ओढतात. येथे पहिले तीन प्राप्तांक मोजून झाल्यानंतर प्राप्तांकाची यादी प्राप्तांक मोजताना दिली आहे.

(1, 3, 2, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 6)



गणित माझा सोबती : घरात, बाजारात

प्रियाच्या आईने बाजारातून वाटाण्याच्या शेंगा आणल्या. आईने शेंगा सोलण्यास सुरुवात केली. प्रिया जवळच बसून आपला गणिताचा अभ्यास करत होती. तिचे लक्ष सहज आई सोलत असलेल्या शेंगांकडे गेले. काही शेंगांमधून 4 दाणे तर काही शेंगांमधून 7 दाणे निघाले. मग प्रियाने त्यांतील 50 शेंगा उचलल्या, त्या सोलल्या आणि त्यांतील दाण्यांच्या संख्यांची नोंद घेतली.

प्रियाने वाटाण्याच्या शेंगांमधील दाण्यांची वारंवारता सारणी तयार केली.

दाण्यांची संख्या	ताळ्याच्या खुणा	वारंवारता
2	### III	8
3	### ### ###	15
4	### ### II	12
5	II	2
6	### II	7
7	III	3
8	III	3
एकूण वारंवारता		N = 50



4, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 2, 8
2, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 5, 2, 8
8, 2, 5, 3, 4, 4, 3, 6, 2, 3
4, 4, 3, 3, 2, 6, 4, 4, 7, 2
3, 6, 3, 6, 6, 6, 7, 6, 7, 3

आई : तू सोललेल्या शेंगांमध्ये सरासरी किती दाणे निघाले हे काढता येईल का ?

प्रिया : या 50 संख्यांची बेरीज करून बेरजेला 50 ने भागायचे ना ? किचकट काम आहे.

आई : आपण ते काम सोपं करू. वारंवारता सारणीत 2 दाणे किती शेंगांमध्ये, 3 दाणे किती शेंगांमध्ये इत्यादी माहिती आहे ना ?

प्रिया : हो ! 2 दाणे 8 शेंगांमध्ये, 3 दाणे 15 शेंगांमध्ये, 4 दाणे 12 शेंगांमध्ये वगैरे माहिती आहे. आता आलं लक्षात. 2×8 , 3×15 , 4×12 असे गुणाकार करून त्यांची बेरीज केली तरी त्या पन्नास संख्यांची बेरीज मिळेल.

आई : सात लहान गुणाकार व त्यांची बेरीज करणं जरा सोपं आहे ना ! खूप मोठी सामग्री असते त्या वेळी वारंवारता सारणीचा असा उपयोग होतो.

प्रिया : मग एकूण प्राप्ताकांची बेरीज 206 आली म्हणून सरासरी = $\frac{206}{50} = 4.12$ एवढी झाली.

आई : कोणत्याही शेंगेमध्ये वाटाण्याचे दाणे पूर्ण संख्येतच असतात पण सरासरी ही अपूर्णाकात येऊ शकते. येथे प्रत्येक शेंगेमध्ये साधारण 4 दाणे आहेत असे म्हणता येईल.



हे मला समजले.

- प्राप्तांकांचे वर्गीकरण सोप्या पद्धतीने करण्यासाठी ताळ्याच्या खुणांचा वापर करता येतो.
- खुणांची संख्या वारंवारता दाखवते, अशा प्रकारच्या सारणीला वारंवारता सारणी म्हणतात.
- प्राप्तांकांची संख्या मोठी असते त्या वेळी वारंवारता सारणीचा उपयोग सरासरी काढण्यासाठी होतो.

सरावसंच 55

1. एका वर्गातील 30 मुलांची उंची (सेमी) मध्ये दिली आहे. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
131, 135, 140, 138, 132, 133, 135, 133, 134, 135, 132, 133, 140, 139, 132, 131, 134, 133, 140, 140, 139, 136, 137, 136, 139, 137, 133, 134, 131, 140
2. एका वसाहतीमध्ये 50 कुटुंबे राहतात. प्रत्येक कुटुंबातील व्यक्तींची संख्या पुढे दिली आहे. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
5, 4, 5, 4, 5, 3, 3, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 5, 1, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 3, 2.
3. एक फासा 40 वेळा फेकला तर वरच्या पृष्ठभागावर मिळालेल्या संख्यांची नोंद केली.
त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
3, 2, 5, 6, 4, 2, 3, 1, 6, 6, 2, 3, 5, 3, 5, 3, 4, 2, 4, 5, 4, 2, 6, 3, 3, 2, 4, 3, 3, 4, 1, 4, 3, 3, 2, 2, 5, 3, 3, 4,
4. एका वसतिगृहाच्या खानावळीमध्ये 30 मुलांना जेवणामध्ये खालीलप्रमाणे पोळ्यांची संख्या लागते. त्यावरून वारंवारता सारणी तयार करा.
3, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 2, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 2

सरासरीचा उपयोग विज्ञानाच्या सर्व शाखा, वैद्यक शाखा, भूगोल, अर्थशास्त्र, सामाजिक शास्त्रे इत्यादी विषयांतही होतो.

