



चला, चर्चा करूया.

शिक्षक : कोणत्या दोन संख्या व गणिती क्रिया वापरून उत्तर 15 येते हे शोधा.

शर्वरी : 5×3 केले, की उत्तर 15 मिळते आणि 45 ला 3 ने भागले तरीही उत्तर 15 येते.

शुभंकर : $17 - 2$ केले तरी उत्तर 15 येते आणि 10 मध्ये 5 मिळवले तरी उत्तर 15 येते.

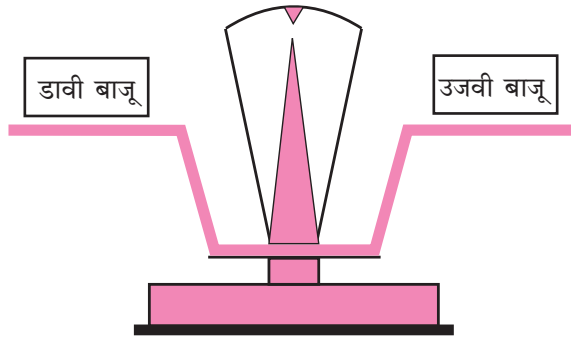
शिक्षक : शाब्बास! म्हणजे 5×3 किंवा $17 - 2$ या दोन्ही क्रियांनी एकच उत्तर मिळते. हेच आपण $5 \times 3 = 17 - 2$ असे लिहितो. गणिती भाषेत '=' (बरोबर) हे चिन्ह वापरून डाव्या आणि उजव्या बाजूच्या गणिती क्रिया करून आलेल्या संख्या समान आहेत हे दाखवतो. अशा समानतेला 'समीकरण' असे म्हणतात.

शर्वरी : आपण $17 - 2 = 5 \times 3$ असे समीकरण लिहू शकतो का ?

शिक्षक : हो ! तेही समीकरण बरोबर आहे. समीकरणाच्या बाजूंची अदलाबदल करून नवे समीकरण लिहिले तर तेही बरोबर म्हणजेच संतुलित असते.



जाणून घेऊया.



तराजूच्या दोन्ही बाजूला वजन समान असेल, तर तो संतुलित राहतो. असा संतुलित वजनकाटा हा समीकरणासारखा असतो.

सरावसंच 26

1. खाली दोन ओळींत वेगवेगळ्या गणिती क्रिया दिल्या आहेत. त्यांच्यापासून मिळणाऱ्या संख्या शोधून समीकरणे तयार करा.

$16 \div 2,$

$5 \times 2,$

$9 + 4,$

$72 \div 3,$

$4 + 5$

$8 \times 3,$

$19 - 10,$

$10 - 2,$

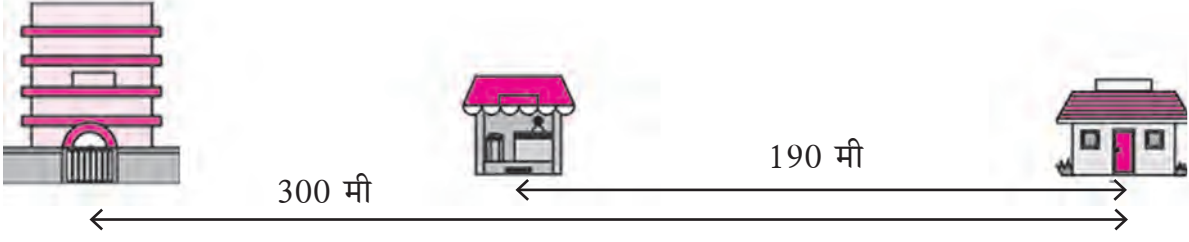
$37 - 27,$

$6 + 7$



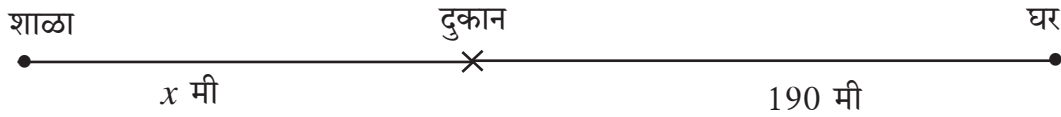
जाणून घेऊया.

समीकरणाची उकल (Solution of an Equation)



वरील चित्रात शाळा व घर यांतील अंतर 300 मीटर दिसत आहे. त्याच सरळ रस्त्यावर शाळा व घर यांच्यामध्ये दुकान आहे. दुकान व घर यांतील अंतर 190 मीटर आहे, तर शाळा व दुकान यांतील अंतर किती ?

संख्येसाठी अक्षराचा वापर



शिक्षक: आपण दिलेली माहिती वरील चित्रात कशी दाखवली आहे ते पाहा.

सुजाता: सर, दुकान व शाळा यांतील अंतर x ने का दाखवले आहे ?

शिक्षक: ते अंतर संख्येऐवजी x मीटर आहे असे मानले आहे. ते अंतर शोधायचे आहे. सध्या x या अक्षराने ते दाखवले आहे.

समीर : म्हणजे x व 190 यांची बेरीज 300 होईल.

शिक्षक: बरोबर, ही माहिती समीकरणाच्या रूपात लिहू. ध्यानात ठेवा, की x ही संख्या आहे पण अजून x ची किंमत समजलेली नाही.

$$x + 190 = 300 \quad \text{येथे } x \text{ ची किंमत किती येईल ?}$$

शबानाने x साठी वेगवेगळ्या संख्या वापरून पाहिल्या.

प्रथम x ची किंमत 70 मानली, तेव्हा डावी बाजू $70 + 190 = 260$ झाली. ती उजव्या बाजूपेक्षा लहान आहे. मग x साठी 150 ही संख्या घेतली, तेव्हा डावी बाजू $150 + 190 = 340$ झाली. ही उजव्या बाजूपेक्षा मोठी झाली. नंतर x ची किंमत 110 मानली, तेव्हा डावी बाजू उजव्या बाजूएवढी झाली व समीकरण संतुलित राहिले, यावरून x ची किंमत किंवा दुकान व शाळा यांतील अंतर 110 मीटर आहे हे समजले.

समीकरणात कधी कधी एखाद्या संख्येसाठी अक्षर वापरले जाते. समीकरण संतुलित राहिल अशी त्या अक्षराची किंमत शोधायची असते. अशा अक्षराला 'चल' असे म्हणतात. चलाच्या ज्या किमतीने समीकरण संतुलित राहते, त्या किमतीला समीकरणाची 'उकल' असे म्हणतात.

समीकरण सोडवणे म्हणजे समीकरणातील चलाची किंमत काढणे म्हणजेच त्याची उकल शोधणे होय.

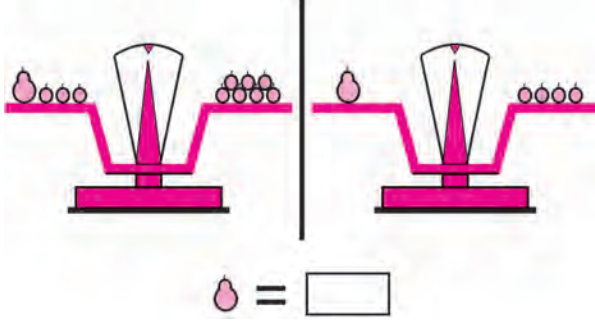
वरील उदाहरणात $x + 190 = 300$ या समीकरणाची उकल 110 आहे.





जाणून घेऊया.

समीकरण सोडवणे



शिक्षक : एका पेरूचे वजन किती बोरांइतके आहे हे कसे शोधणार ?

जॉन : तराजूच्या प्रत्येक पारड्यांतून तीन बोरे काढल्यास तराजू संतुलित राहिल व एका पेरूचे वजन 4 बोरांच्या वजनाइतके आहे हे समजेल.

शिक्षक : शाब्बास! क्रिया बरोबर ओळखली. एका चलाचे समीकरण सोडवून उकल काढताना, आपण दोन्ही बाजूंवर समान क्रिया करून संतुलित समीकरणे मिळवतो. कारण पहिले समीकरण संतुलित असेल, तर अशा क्रियेतून मिळणारे नवे समीकरणही संतुलित असते. अखेर समीकरण सोपे होत जाते व चलाची किंमत म्हणजेच समीकरणाची उकल मिळते.

$$x + 3 = 7$$

$$\therefore x + 3 - 3 = 7 - 3 \quad (\text{दोन्ही बाजूंतून 3 वजा केले})$$

$$\therefore x + 0 = 4$$

$$\therefore x = 4$$

आपण आधी पाहिलेल्या समीकरणाचा पुन्हा विचार करू.

$$x + 190 = 300$$

$$\therefore x + 190 - 190 = 300 - 190 \quad (\text{दोन्ही बाजूंतून 190 वजा केले})$$

$$\therefore x + 0 = 110$$

$$\therefore x = 110$$

समीकरणाची उकल शोधताना अंदाजाने अनेक किमती तपासण्याऐवजी अशी सोपी व अचूक पद्धत वापरावी. त्यामुळे चलाची किंमत मिळते म्हणजेच समीकरणाची उकल मिळते.

समीकरणाचा उपयोग करून काही उदाहरणे सोडवू.

उदा. दिलजीतचे 4 वर्षांपूर्वीचे वय 8 वर्षे होते. यावरून त्याचे आजचे वय किती ?

दिलजीतचे आजचे वय a वर्षे मानू.

दिलेली माहिती a च्या भाषेत लिहू.

$$a - 4 = 8$$

$$\therefore a - 4 + 4 = 8 + 4 \quad (\text{दोन्ही बाजूंत 4 मिळवले})$$

$$\therefore a + 0 = 12$$

$$\therefore a = 12$$

\therefore दिलजीतचे आजचे वय 12 वर्षे आहे.

उदा. जस्मीनकडे काही रुपये होते. तिच्या आईने तिला 7 रुपये दिल्यावर तिच्याकडे 10 रुपये झाले, तर आधी तिच्याकडे किती रुपये होते ?

जस्मीनजवळ आधी y रुपये होते असे मानू.

$$\therefore y + 7 = 10$$

$$\therefore y + 7 - 7 = 10 - 7 \quad (\text{दोन्ही बाजूंतून 7 वजा करू})$$

$$\therefore y + 0 = 3$$

$$\therefore y = 3$$

म्हणजे जस्मीनजवळ आधी 3 रुपये होते.

उदा. एका पेढ्यांच्या बॉक्समध्ये काही पेढे आहेत. प्रत्येकाला 2 पेढे याप्रमाणे वाटल्यास ते 20 मुलांना पुरतात, तर बॉक्समध्ये एकूण पेढे किती ?

एकूण पेढ्यांची संख्या p मानू.

$$\frac{p}{2} = 20$$

$$\therefore \frac{p}{2} \times 2 = 20 \times 2 \quad (\text{दोन्ही बाजूंना 2 ने गुणले})$$

$$p = 40$$

म्हणून बॉक्समध्ये 40 पेढे आहेत.



उदा. 5 चॉकलेटची किंमत 25 रुपये आहे.

एका चॉकलेटची किंमत किती ?

एका चॉकलेटची किंमत k रुपये मानू.

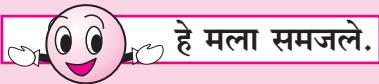
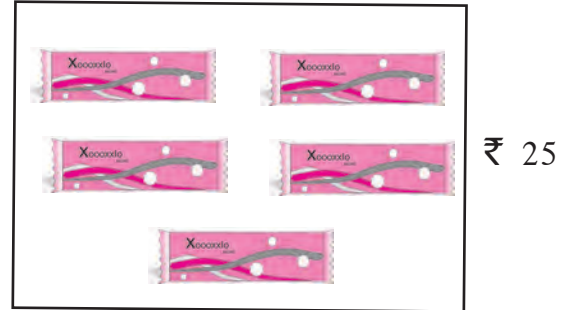
$$5k = 25$$

$$\therefore \frac{5k}{5} = \frac{25}{5} \quad (\text{दोन्ही बाजूंना 5 ने भागले})$$

$$\therefore 1k = 5$$

$$\therefore k = 5$$

म्हणून एका चॉकलेटची किंमत 5 रुपये आहे.



समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंवर प्रत्येक वेळी समान क्रिया केली, तर मिळणारे समीकरण संतुलित राहते. संतुलित समीकरणांवर खालीलपैकी कोणतीही क्रिया केली, तरी मिळणारे समीकरण संतुलित असते.

- दोन्ही बाजूंमध्ये समान संख्या मिळवणे.
- दोन्ही बाजूंमधून समान संख्या वजा करणे.
- दोन्ही बाजूंना समान संख्येने गुणणे.
- दोन्ही बाजूंना शून्येतर समान संख्येने भागणे.
- दोन्ही बाजूंची अदलाबदल करणे.

1. खालील माहिती अक्षर वापरून लिहा.

- (1) एक संख्या व 3 यांची बेरीज.
- (2) एका संख्येमधून 11 वजा केले तर येणारी वजाबाकी.
- (3) 15 आणि एक संख्या यांचा गुणाकार.
- (4) एका संख्येची चौपट 24 आहे.

2. खालील समीकरणाची उकल काढण्यासाठी समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना कोणती क्रिया करावी लागेल, ते पाहा.

$$(1) x + 9 = 11 \quad (2) x - 4 = 9 \quad (3) 8x = 24 \quad (4) \frac{x}{6} = 3$$

3. खाली काही समीकरणे आणि चलाच्या किमती दिल्या आहेत. त्या किमती दिलेल्या समीकरणाच्या उकली आहेत का ते ठरवा.

क्र.	समीकरण	चलाची किंमत	समीकरणाची उकल (आहे/नाही)
1	$y - 3 = 11$	$y = 3$	नाही
2	$17 = n + 7$	$n = 10$	
3	$30 = 5x$	$x = 6$	
4	$\frac{m}{2} = 14$	$m = 7$	

4. खालील समीकरणे सोडवा.

$$(1) y - 5 = 1 \quad (2) 8 = t + 5 \quad (3) 4x = 52 \quad (4) 19 = m - 4$$

$$(5) \frac{P}{4} = 9 \quad (6) x + 10 = 5 \quad (7) m - 5 = -12 \quad (8) P + 4 = -1$$

5. खालील उदाहरणांतील दिलेल्या माहितीवरून समीकरण तयार करा व उकल शोधा.

- (1) हरबाकडे काही मेंढ्या होत्या. बाजारात त्यांतील 34 मेंढ्या विकल्यानंतर 176 मेंढ्या शिल्लक राहिल्या, तर हरबाकडे एकूण किती मेंढ्या होत्या ?
- (2) साक्षीने घरी गुळांबा तयार केला व काही बाटल्यांमध्ये भरला. त्या बाटल्यांपैकी 7 बाटल्या गुळांबा मैत्रिणींना वाटल्यानंतर घरी 12 बाटल्या गुळांबा शिल्लक राहिला, तर एकूण किती बाटल्या गुळांबा तयार केला? एका बाटलीतील गुळांब्याचे वजन 250 ग्रॅम असेल, तर तिने एकूण किती वजनाचा गुळांबा तयार केला होता ?
- (3) अर्चनाने काही किग्रॅ गहू बाजारातून खरेदी केला. प्रत्येक महिन्याकरता 12 किग्रॅ असे 3 महिने गहू दळणाकरता काढला, तेव्हा 14 किग्रॅ गहू शिल्लक राहिला, तर अर्चनाने एकूण किती गहू खरेदी केला होता ?

