

विषय कोड

Subject Code :

121/327

प्रश्न पत्र सेट कोड
Question Paper
Set Code

F

INTERMEDIATE EXAMINATION

(ANNUAL)

MATHEMATICS

गणित

I. Sc. & I. A.

कुल प्रश्नों की संख्या: 83

Total No. of Questions: 83

(समय 3 घंटे 15 मिनट)

[Time: 3 Hrs. 15 Minutes]

कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या: 16
Total No. of Printed Pages: 16

(Full Marks: 100)

परीक्षार्थियों के लिये निर्देश-

Instructions for the candidates:

1. परीक्षार्थी यथा सम्भव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिये हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
Figures in the right hand margin indicate full marks.
3. इस प्रश्न पत्र को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
15 Minutes of extra time has been allotted for the candidates to read the questions carefully.
4. यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में है, खण्ड - अ एवं खण्ड - ब।
This question paper is divided into two sections - **Section - A** and **Section - B**.
5. खण्ड - अ में 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। (प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है), इनका उत्तर उपलब्ध कराये गये OMR - उत्तर पत्रक में दिये गये सही वृत्त को काले/नीले बॉल पेन से भरें। किसी भी प्रकार के व्हाइटनर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का उत्तर पुस्तिका में प्रयोग करना मना है अन्यथा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।
In **Section - A**, there are **50 objective type questions** which are compulsory, each carrying **1 mark**. Darken the circle with blue/black ball pen against the correct option on **OMR Answer Sheet** provided to you. **Do not use Whitener/Liquid/Blade/Nail etc. on OMR Sheet; otherwise the result will be invalid.**
6. खण्ड - ब में 25 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। (प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं), जिनमें से किसी 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त, इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं (प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित हैं) जिनमें से किसी 4 प्रश्नों का उत्तर देना है।
In **Section - B**, there are **25 short answer type questions** (each carrying **2 marks**), out of which **any 15 questions** are to be answered. Apart from this, there are **8 Long Answer Type questions** (Each Carrying **5 marks**). Out of which **any 4 questions** to be answered.
7. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।
Use of any electronic appliances is strictly prohibited.

खण्ड -अ/ SECTION - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 50 तक के प्रत्येक प्रश्न के साथ चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से एक सही है। अपने द्वारा चुने गए सही विकल्प को OMR - शीट पर चिह्नित करें। (50x1=50)

Question No. 1 to 50 have four options, out of which only one is correct. You have to mark, your selected option, on the OMR - Sheet. (50x1=50)

1. $\frac{d}{dx} [\sin^2 x] = ?$

(A) $2 \sin x \cos x$

(B) $2 \sin x$

(C) $\cos^2 x$

(D) $\sin x \cos x$

2. x का मान होगा जबकि $\begin{bmatrix} x & 15 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = 0$ है -

(A) 15

(B) -15

(C) 4

(D) $4x$

The value of x when $\begin{bmatrix} x & 15 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = 0$ is -

(A) 15

(B) -15

(C) 4

(D) $4x$

3. सारणिक $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ के मान हैं -

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

The value of the determinant $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ is -

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

(A) $-\vec{b} \cdot \vec{a}$

(B) 1

(C) -1

(D) $\vec{b} \cdot \vec{a}$

5. $\int \frac{dx}{x^2 + 16} = ?$

(A) $\frac{1}{16} \tan^{-1} \frac{x}{16} + k$

(B) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} + k$

(C) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} + k$

(D) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{16}{x^2} + k$

6. निम्नलिखित में से कौन सा समघातीय अवकल समीकरण है?

(A) $x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$

(B) $(xy) dx - (x^4 + y^4) dy = 0$

(C) $(2x + y - 3) dy - (x + 2y - 3) dx = 0$

(D) $(x - y) dy = (x^2 + y + 1) dx$

Which of the following is a homogeneous differential equation?

(A) $x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$

(B) $(xy) dx - (x^4 + y^4) dy = 0$

(C) $(2x + y - 3) dy - (x + 2y - 3) dx = 0$

(D) $(x - y) dy = (x^2 + y + 1) dx$

7. सदिश $19\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$ का मापक है -

(A) $\sqrt{322}$

(B) $\sqrt{420}$

(C) $\sqrt{421}$

(D) $\sqrt{422}$

The modulus of the vector $19\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$ is -

(A) $\sqrt{322}$

(B) $\sqrt{420}$

(C) $\sqrt{421}$

(D) $\sqrt{422}$

8. $\int_a^b x^2 dx = ?$

(A) $\frac{b^3 - a^3}{3}$

(B) $\frac{a^3 - b^3}{3}$

(C) $\frac{a^2 - b^2}{2}$

(D) $\frac{b^2 - a^2}{2}$

9. यदि $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \forall x_1, x_2 \in A$, तो $f: A \rightarrow B$ कैसा फलन होगा?

(A) एक-एक (एकैक)

(B) अधर

(C) आच्छादक

(D) अनेक-एक (अनेकैक)

If $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \forall x_1, x_2 \in A$, then what type of a function is $f: A \rightarrow B$?

(A) One - one

(B) Constant

(C) Onto

(D) Many one

10. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, तो निम्नांकित में कौन A' के समान है?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, then which one of the following is equal to A' ?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

11. $\int_2^1 \frac{dx}{x} = ?$

(A) $\log \frac{2}{3}$

(B) $\log \frac{3}{2}$

(C) $\log \frac{1}{2}$

(D) $\log \frac{x}{2}$

12. यदि $-1 < x < 1$, तो $2 \tan^{-1} x = ?$

(A) $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$

(B) $\sin^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

(C) $\sin^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

(D) $\sin^{-1} \frac{1+x^2}{1-x^2}$

If $-1 < x < 1$, then $2 \tan^{-1} x = ?$

(A) $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$

(B) $\sin^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

(C) $\sin^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

(D) $\sin^{-1} \frac{1+x^2}{1-x^2}$

13. $f: A \rightarrow B$ आच्छादक फलन होगा यदि -

(A) $f(A) \subset B$

(B) $f(A) = B$

(C) $f(A) \supset B$

(D) $f(A) \neq B$

$f: A \rightarrow B$ will be an onto function of -

(A) $f(A) \subset B$

(B) $f(A) = B$

(C) $f(A) \supset B$

(D) $f(A) \neq B$

14. यदि $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, तो $P(A \cup B) = ?$

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{8}$

If $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, then $P(A \cup B) = ?$

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{8}$

15. किसी समतल की सभी सरल रेखाओं के समुच्चय में R "लम्ब होने का संबंध है", तो संबंध R -

- (A) स्वतुल्य और संक्रामक है (B) सममित और संक्रामक है
 (C) सममित है (D) इनमें से कोई नहीं

In the set of all straight lines in a plane, the relation R "to be Perpendicular" is -

- (A) Reflexive and transitive (B) Symmetric and transitive
 (C) Symmetric (D) None of these

16. $\begin{bmatrix} \sin 20^\circ & -\cos 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{bmatrix} = ?$

- (A) 1 (B) -1
 (C) 0 (D) 2

17. $\frac{d}{dx} [\log x] = ?$

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x^2}$
 (C) 1 (D) $\frac{1}{x^2}$

18. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx = ?$

- (A) -1 (B) 0
 (C) 1 (D) $\frac{\pi}{2}$

19. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = ?$

- (A) -1 (B) 1
 (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 0

20. $\frac{d}{dx} [\sin^{-1} x + \cos^{-1} x] = ?$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 (C) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (D) $\frac{1}{2} \sqrt{1-x^2}$

21. $P(A \cup B) = ?$

(A) $P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

(B) $P(A) \cdot P(B) - P(A \cap B)$

(C) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(D) $P(A) \cdot P(B) + P(A \cap B)$

22. $\frac{d}{dx}[\tan x] = ?$

(A) $\sec^2 x$

(B) $\sec x$

(C) $\cot x$

(D) $-\sec^2 x$

23. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ का समाकलन गुणांक है -

(A) $\sec x + \tan x$

(B) $\sec x - \tan x$

(C) $\sec x$

(D) $\tan x \sec x$

Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ is -

(A) $\sec x + \tan x$

(B) $\sec x - \tan x$

(C) $\sec x$

(D) $\tan x \sec x$

24. $\sin^{-1} \frac{1}{x} = ?$

(A) $\sec^{-1} x$

(B) $\operatorname{cosec}^{-1} x$

(C) $\tan^{-1} x$

(D) $\sin x$

25. $\vec{k} \times \vec{k} = ?$

(A) 1

(B) -1

(C) k^2

(D) 0

26. यदि संक्रिया $*$, $a * b = 2a + b$ से परिभाषित हो, तो $(2 * 3) * 4$ है -

(A) 18

(B) 17

(C) 19

(D) 21

The operation $*$ is defined as $a * b = 2a + b$, then $(2 * 3) * 4$ is -

(A) 18

(B) 17

(C) 19

(D) 21

27. यदि $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ और $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ है, तो $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ का मान है -
- (A) 15 (B) 18
(C) -18 (D) -15

- If $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, then the value of $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ is -
- (A) 15 (B) 18
(C) -18 (D) -15

28. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ का समाकलन गुणांक है -
- (A) $e^{-\sin x}$ (B) $e^{\sin x}$
(C) $e^{-\cos x}$ (D) $e^{\cos x}$

- Integrating factor (I.F) of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ is -
- (A) $e^{-\sin x}$ (B) $e^{\sin x}$
(C) $e^{-\cos x}$ (D) $e^{\cos x}$

29. $\int x^n dx, (n \neq 0) = ?$
- (A) $\frac{x^{n-1}}{n-1} + k$ (B) $\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$
(C) $x^{n+1} + k$ (D) $x^{n-1} + k$

30. $(\vec{a} \times \vec{a}) \cdot \vec{b} = ?$
- (A) 1 (B) -1
(C) 2 (D) 0

31. $\frac{d}{dx} [\sin^{-1} x] = ?$
- (A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
(C) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (D) $\sqrt{1-x^2}$

32. यदि $2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ तो -

(A) $(x = -2, y = 8)$

(C) $(x = 3, y = -6)$

~~(B)~~ $(x = 2, y = -8)$

(D) $(x = -1, y = 6)$

If $2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$, then-

(A) $(x = -2, y = 8)$

(C) $(x = 3, y = -6)$

(B) $(x = 2, y = -8)$

(D) $(x = -3, y = 6)$

33. $P(E) = ?$

(A) $n(E) + n(S)$

(C) $n(E) - n(S)$

(B) $\frac{n(S)}{n(E)}$

~~(D)~~ $\frac{n(E)}{n(S)}$

34. z - अक्ष की दिक् कोज्याएँ हैं -

(A) $(0, 0, 0)$

~~(C)~~ $(0, 1, 0)$

(B) $(1, 0, 0)$

~~(D)~~ $(0, 0, 1)$

The direction cosines of z -axis are -

(A) $(0, 0, 0)$

(C) $(0, 1, 0)$

(B) $(1, 0, 0)$

(D) $(0, 0, 1)$

35. निम्नलिखित आव्यूहों में कौन 3×3 क्रम के एकांक आव्यूह है?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

~~(B)~~ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Which of the following is the unit matrix of order 3×3 ?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. $\int \frac{dx}{1+x^2} = ?$
- (A) $\tan x + c$ (B) $\tan^2 x + c$
 (C) $\cot x + c$ (D) $-\cot^{-1} x + c$

37. बिंदु (x, y, z) का स्थिति सदिश है -

- (A) $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ (B) $x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$
 (C) $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$ (D) $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

The position vector of the point (x, y, z) is -

- (A) $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ (B) $x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$
 (C) $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$ (D) $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

38. बिंदु $(3, 4, 5)$ की x - अक्ष से दूरी -

- (A) 3 (B) 5
 (C) $\sqrt{41}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The distance of the point $(3, 4, 5)$ from x -axis is -

- (A) 3 (B) 5
 (C) $\sqrt{41}$ (D) None of these

39. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = ?$

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $-\frac{\pi}{4}$
 (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $-\frac{\pi}{2}$

40. $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A + 3B = ?$

- (A) $\begin{bmatrix} 27 & 24 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 25 & 10 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 25 & 15 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 35 & 10 \end{bmatrix}$

41. $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = ?$

(A) $\tan x + c$

(B) $-\cot x + c$

(C) $2 \operatorname{cosec} x + c$

(D) $-2 \operatorname{cosec} x + c$

42. वक्र $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ के बिंदु $(2, -1)$ पर स्पर्श रेखा की ढलान है -

(A) $\frac{12}{7}$

(B) $\frac{-6}{7}$

(C) $\frac{6}{7}$

(D) $-\frac{12}{7}$

The slope of the tangent to the curve $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ at the point $(2, -1)$ is -

(A) $\frac{12}{7}$

(B) $\frac{-6}{7}$

(C) $\frac{6}{7}$

(D) $-\frac{12}{7}$

43. फलन $f(x) = \frac{\log x}{x}$ का अधिकतम मान है -

(A) 1

(B) $\frac{2}{e}$

(C) e

(D) $\frac{1}{e}$

The maximum value of $f(x) = \frac{\log x}{x}$ is -

(A) 1

(B) $\frac{2}{e}$

(C) e

(D) $\frac{1}{e}$

44. $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = ?$

(A) 0

(B) 1

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $-\frac{\pi}{2}$

45. $P(A) + P(A') = ?$

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) $P(E)$

46. मान निकाले $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ y & x \end{bmatrix}$

(A) $x + y$

(B) $x - y$

(C) $-y - x$

(D) $1 - x$

Evaluate $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ y & x \end{bmatrix}$

(A) $x + y$

(B) $x - y$

(C) $-y - x$

(D) $1 - x$

47. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x \, dx = ?$

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

48. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ की कोटि है -

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 3

The order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ is -

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 3

49. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = ?$

(A) $-\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $-\frac{\pi}{2}$

50. $\int \sec x \, dx = ?$

(A) $\log |\sec x| + c$

(B) $\log |\sec x + \tan x| + c$

(C) $\log |\sec x - \tan x| + c$

(D) $\sec x \tan x + c$

खण्ड -ब / SECTION - B

गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Non - Objective Type Questions

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 25 तक लघु उत्तरीय हैं। किन्हीं 15 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।

(15×2=30)

Question No. 1 to 25 are short answer type. Answer any 15 questions. Each question carries 2 marks.

(15×2=30)

1. यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ जहाँ $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, तो सिद्ध करें कि $(f \circ f)(x) = x$ (2)

If $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ such that $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, then prove that $(f \circ f)(x) = x$

2. सिद्ध करें कि - (2)

Prove that -

$$\sec^2(\tan^{-1}2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3) = 15$$

3. सिद्ध करें कि - (2)

Prove that -

$$\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x}{1+x}$$

4. सिद्ध करें - (2)

Prove that -

$$\begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{bmatrix} = 0$$

5. सारणिक के मान ज्ञात करें - (2)

Evaluate the determinant -

$$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 7 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

6. x और y का मान निकालें यदि - (2)

Find the value of x and y if -

$$2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}$, AB निकालें। (2)

If $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}$, find AB

8. $\frac{dy}{dx}$ निकालें, यदि $y = \cos\sqrt{\sin x}$ (2)

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \cos\sqrt{\sin x}$

9. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \sqrt{\sin x}$ (2)

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sqrt{\sin x}$

10. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$ (2)

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

11. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \sin^3 x \cos^5 x$ (2)

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sin^3 x \cos^5 x$

12. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \tan(x+y)$ (2)

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \tan(x+y)$

13. मान निकालें - (2)

Evaluate -

$$\int \cot^2 x \, dx$$

14. मान निकालें - (2)

Evaluate -

$$\int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx$$

15. मान निकालें - (2)

Evaluate -

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$$

16. हल करे - (2)

Solve -

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$$

17. हल करे - (2)

Solve -

$$x dy + y dx = 0$$

18. हल करे - (2)

Solve -

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$$

19. सिद्ध करे कि - (2)

Prove that -

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2$$

20. यदि $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ तथा $\vec{b} = -7\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$ तब $\vec{a} \times \vec{b}$ ज्ञात करें। (2)

If $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$ and $\vec{b} = -7\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$, find $\vec{a} \times \vec{b}$

21. यदि $\vec{a} = (2, 3, -5)$ और $\vec{b} = (2, 2, 2)$, तो सिद्ध करे कि \vec{a} और \vec{b} परस्पर लम्ब हैं। (2)

If $\vec{a} = (2, 3, -5)$ and $\vec{b} = (2, 2, 2)$, then prove that \vec{a} and \vec{b} are mutually perpendicular.

22. मूल बिंदु से बिंदु (a, b, c) की दूरी ज्ञात करें। <http://www.bsebstudy.com> (2)

Find the distance of the point (a, b, c) from the origin.

23. उस तल का समीकरण ज्ञात करें जो बिंदु (1, 2, 3) से गुजरता है और तल $3x + 4y - 5z = 0$ के समानांतर है। (2)

Find the equation of the plane through (1, 2, 3) and parallel to the plane $3x + 4y - 5z = 0$.

24. दो पासे फेंकने के क्रम में ऊपर आए अंकों का योग 8 होने की क्या प्रायिकता है, यदि मालूम हो कि दूसरे पासे पर हमेशा 4 आता है। (2)

Two dice are thrown. Find the probability that the numbers appearing have a sum 8 if it is known that the second die always exhibits 4.

25. यदि $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ तथा $P\left(\frac{B}{A}\right)$ निकालें। (2)

If $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, then find $P\left(\frac{A}{B}\right)$ and $P\left(\frac{B}{A}\right)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 26 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इस कोटि के प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। (4×5=20)

Question Nos. 26 to 33 are long Answer Type Questions. Each question carries 5 marks. Answer any 4 questions. (4×5=20)

26. सापेक्ष माध्य मान प्रमेय की अंतराल $[0, 4]$ में जाँच करें, जब कि फलन $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$. (5)

Verify Lagrange's Mean Value Theorem in interval $[0, 4]$, where function $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$.

27. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $x + y = \sec^{-1}(x - y)$ (5)

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x + y = \sec^{-1}(x - y)$

28. समाकलन करें - (5)

Integrate -

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$$

29. सिद्ध करें - (5)

Prove that -

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}} dx$$

30. वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल समाकलन द्वारा निकालें। (5)

Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ by integration.

31. दो सदिश $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ तथा $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ के बीच के कोण का sine ज्ञात करें। (5)

Find the sine of the angle between the two vectors $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

32. सिद्ध करें - (5)

Prove that -

$$\begin{bmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{bmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

33. न्यूनतीकरण करें (Minimize) $z = -3x + 3y$ (5)

जबकि (subject to)

$$x + 2y \leq 8$$

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$