

UP Board Important Questions Class 11 सांख्यिकी Chapter 5 केंद्रीय प्रवृत्ति की माप Sankhyiki

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न:

प्रश्न 1.

केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों से आप क्या समझते हैं?

उत्तर:

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप आँकड़ों को संक्षिप्त रूप में व्याख्या करने की संख्यात्मक विधि है।

प्रश्न 2.

केन्द्रीय प्रवृत्ति का सबसे अधिक प्रयोग किया जाने वाला माप कौनसा है?

उत्तर:

केन्द्रीय प्रवृत्ति का सबसे अधिक प्रयोग किया जाने वाला माप समान्तर माध्य है।

प्रश्न 3.

वर्गान्तरों की संख्या अधिक हो एवं वर्ग विस्तार समान होने पर समान्तर माध्य ज्ञात करने की कौनसी विधि सर्वोत्तम होगी?

उत्तर:

पद विचलन रीति।

प्रश्न 4.

केन्द्रीय प्रवृत्ति को मापने के प्रमुख माध्यों के नाम लिखिए।

उत्तर:

केन्द्रीय प्रवृत्ति को मापने के प्रमुख माध्य निम्न हैं:

1. समान्तर माध्य,
2. मधिका,
3. बहुलक,
4. गुणोत्तर माध्य,
5. हरात्मक माध्य।

प्रश्न 5.

विभिन्न मदों के मूल्यों का समान्तर माध्य के लिए, लिए गए विचलनों का योग क्या होता है?

उत्तर:

विभिन्न मदों के मूल्यों का समान्तर माध्य के लिए, लिए गए विचलनों का योग शून्य होता है। अर्थात्

$$\Sigma(X - \bar{X}) = 0$$

प्रश्न 6.

मधिका का अर्थ लिखिए।

उत्तर:

किसी श्रेणी को आरोही तथा अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर उसके मध्य में जो मूल्य आता है उसे ही मधिका मूल्य कहते हैं।

प्रश्न 7.

बहुलक का अर्थ लिखिए।

उत्तर:

बहुलक वह मूल्य है जो श्रेणी के मूल्यों में सबसे अधिक बार आता है।

प्रश्न 8.

चतुर्थक किसे कहते हैं?

उत्तर:

चतुर्थक वे माप हैं जो आँकड़ों को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं और प्रत्येक भाग में बराबर संख्या में प्रेक्षण दिए होते हैं।

प्रश्न 9.

यदि किसी श्रेणी का समान्तर माध्य 13 एवं मधिका 12 है तो बहुलक का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

$$Z = 3M - 2x$$

यहाँ Z = बहुलक,

M = मधिका एवं

X = समान्तर माध्य है

अतः

$$Z = 3 \times 12 - 2 \times 13$$

$$Z = 36 - 26 = 10$$

प्रश्न 10.

शतमक किसे कहते हैं?

उत्तर:

शतमक वह मान है जो वितरण को 100 बराबर भागों में विभाजित करता है।

प्रश्न 11.

बहुलक की समूहीकरण विधि कब प्रयोग में ली जाती है?

उत्तर:

जब आवृत्तियाँ अनियमित हों तथा अधिकतम आवृत्ति ज्ञात करना कठिन हो तो समूहीकरण विधि का प्रयोग किया जाता है।

प्रश्न 12.

शर्ट की कॉलर माप का औसत आकार जानने हेतु कौनसा माध्य उपयुक्त रहेगा?

उत्तर:

शर्ट की कॉलर माप का औसत आकार जानने हेतु बहुलक उपयुक्त रहेगा।

प्रश्न 13.

समान्तर माध्य का कोई एक गुण बताइए।

उत्तर:

समान्तर माध्य श्रेणी के सभी मदों पर आधारित होता है।

प्रश्न 14.

किसी कक्षा में छात्रों के अर्थशास्त्र विषय में प्राप्तांक निम्न प्रकार थे
40,50,55,78,58 इनका समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

समान्तर माध्य

$$= \frac{\sum X}{N} = \frac{40+50+55+78+58}{5} = 56.2$$

प्रश्न 15.

व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

उत्तर:

व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य (X)

यहाँ E_x = सभी प्रेक्षणों का योग है।

N = प्रेक्षणों की संख्याएँ हैं।

प्रश्न 16.

कल्पित माध्य विधि का प्रयोग क्यों किया जाता है?

उत्तर:

जहाँ आँकड़ों में प्रेक्षणों की संख्या अधिक एवं बड़ी हो, इस विधि द्वारा गणना को सरल बनाया जाता है।

लघूत्तरात्मक प्रश्न:

प्रश्न 1.

केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप से आप क्या समझते हैं?

उत्तर:

सांख्यिकीय माध्यों को केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप कहा जाता है। प्रत्येक समंका श्रेणी में एक ऐसा बिन्दु है जिसके आस पास अन्य समंकों के केन्द्रित होने की प्रवृत्ति पाई जाती है। सम्पूर्ण समंका श्रेणी की केन्द्रीय प्रवृत्ति को सरल व सारांश रूप में अभिव्यक्त करने वाला प्रतिनिधि मूल्य केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप या माध्य कहलाता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति या औसतों के कई सांख्यिकीय माप हैं, जैसे-समान्तर माध्य, मधिका, बहुलक, ज्यामितीय माध्य, हरात्मक माध्य इत्यादि।

प्रश्न 2.

समान्तर माध्य का अर्थ बताइए।

उत्तर:

समान्तर माध्य गणितीय माध्यमों में सबसे सरल और सबसे अधिक लोकप्रिय माप है। समान्तर माध्य को 'अंकगणितीय माध्य' या 'औसत' भी कहा जा सकता है। समान्तर माध्य औसत की भाँति है, इसे ज्ञात करने हेतु किसी श्रेणी के सभी मदों के मूल्यों का योग कर उसमें उन मदों की संख्या का भाग देना पड़ता है। दूसरे शब्दों में, वह मूल्य जो किसी श्रेणी के समस्त पदमूल्यों के योग में पदों की कुल संख्या का भाग देने पर प्राप्त होता है, समान्तर माध्य कहलाता है।

प्रश्न 3.

माध्य को केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप क्यों कहा जाता है?

उत्तर:

प्रत्येक समंक श्रेणी में एक ऐसा बिन्दु होता है जिसके आस-पास अन्य समकों के केन्द्रित होने की प्रवृत्ति पाई जाती है। सम्पूर्ण समंक श्रेणी की केन्द्रीय प्रवृत्ति को सरल एवं सारांश रूप में अभिव्यक्त करने वाला प्रतिनिधि मूल्य केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप या माध्य कहलाता है। माध्य को केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप इसलिए कहा जाता है क्योंकि व्यक्तिगत चर-मूल्यों का जमाव अधिकतर उसी के आस-पास होता है।

प्रश्न 4.

व्यक्तिगत श्रेणी में समान्तर माध्य ज्ञात करने की कल्पित माध्य विधि को स्पष्ट कीजिए।

उत्तर:

व्यक्तिगत श्रेणी में कल्पित माध्य विधि से समान्तर माध्य ज्ञात करने हेतु सर्वप्रथम श्रेणी के किसी मूल्य या अन्य किसी मूल्य को कल्पित माध्य (A) मान लिया जाता है। इसके पश्चात् प्रत्येक मद (X) में से कल्पित माध्य (A) को घटाकर विचलन (d) ज्ञात किया जाता है। इसके पश्चात् सभी विचलनों का योग ($\sum d$) कर निम्न सूत्र की सहायता से समान्तर माध्य ज्ञात किया जाता है

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N}$$

प्रश्न 5.

समकों के केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के किन्हीं तीन उद्देश्यों का विवेचन कीजिए।

उत्तर:

1. केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप अथवा माध्य द्वारा जटिल समकों का सरल, स्पष्ट तथा संक्षिप्त चित्र प्रस्तुत होता है जिसे याद रखना तथा समझना आसान होता है।
2. केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप अथवा माध्यों का अध्ययन करके पूरे समय के बारे में निष्कर्ष प्राप्त किए जा सकते हैं।
3. केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप अथवा माध्यों की सहायता से दो या दो से अधिक समंक समूहों का तुलनात्मक अध्ययन आसानी से किया जा सकता है।

प्रश्न 6.

पद-विचलन विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात करने की प्रक्रिया को स्पष्ट कीजिए।

उत्तर:

पद - विचलन विधि द्वारा समान्तर माध्य ज्ञात करने हेतु सर्वप्रथम मध्य मूल्यों में से किसी एक को कल्पित माध्य (A)

माना जाता है। प्रत्येक मध्य मूल्य में से कल्पित माध्य को घटाकर अन्तर को वर्ग-विस्तार से भाग दे दिया जाता है। इस प्रकार पद-विचलन ज्ञात हो जाते

$$d' = \frac{X-A}{c}$$

इसके पश्चात् पद - विचलन (d') को आवृत्तियों से गुणा करके गुणनफलों का योग ($\sum fd'$) निकाला जाता है तथा निम्न सूत्र द्वारा समान्तर माध्य की गणना की जाती

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd'}{N} \times c$$

यहाँ $\sum fd'$ = पद - विचलनों व आवृत्तियों के गुणनफल का योग है।

c = समापवर्तक वर्ग विस्तार

A = कल्पित माध्य

N = आवृत्तियों का योग है।

प्रश्न 7.

निम्नलिखित आठ छात्रों के अर्थशास्त्र विषय में प्राप्त किये गए अंकों का समान्तर माध्य एवं बहुलक ज्ञात कीजिए

6,7,5,6,3,8,6,7

उत्तर:

समान्तर माध्य की गणना

$$\begin{aligned} \text{समान्तर माध्य} &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{6+7+5+6+3+8+6+7}{8} \end{aligned}$$

$$= 48/6 = 6$$

बहुलक की गणना: उपयुक्त श्रेणी में हम अवलोकन विधि द्वारा बहुलक ज्ञात कर सकते हैं, उपयुक्त श्रेणी में 6 की बारम्बारता सबसे अधिक है अर्थात् 6 सबसे ज्यादा बार आया है अतः 6 ही बहुलक

प्रश्न 8.

दिये गये आँकड़ों से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

10, 15, 25, 10, 5, 8, 7, 15

उत्तर:

समान्तर माध्य की गणना:

क्रम संख्या	मूल्य (X)
1	10
2	15
3	25
4	10
5	5

6	8
7	7
8	15
N = 8	$\sum X = 95$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\frac{95}{8} = 11.88$$

प्रश्न 9.

मधिका की तीन प्रमुख विशेषताएँ बताइए।

उत्तर:

1. मधिका एक स्थिति सम्बन्धी माध्य है, जिसका मूल्य समंक माला के किसी मूल्य के बराबर होना आवश्यक नहीं है।
2. अति सीमान्त मूल्यों का मधिका मूल्य पर बहुत कम प्रभाव पड़ता है। यह पदों की संख्या से प्रभावित होता है।
3. मधिका की गणना उस दशा में की जा सकती है, जब श्रेणी की मर्दों को संख्यात्मक रूप नहीं दिया जा सकता हो अर्थात् गुणात्मक तथ्यों के अध्ययन के लिए मधिका उपयुक्त रहती है।

प्रश्न 10.

बहुलक की कोई तीन प्रमुख विशेषताएँ लिखिए।

उत्तर:

1. बहुलक मूल्य पर असाधारण मूल्यों का प्रभाव नहीं पड़ता है अर्थात् श्रेणी के उच्चतम एवं निम्नतम मूल्यों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।
2. यदि आवृत्ति वितरण अनियमित है तो बहुलक मूल्य निर्धारण के लिए पर्याप्त गणना की आवश्यकता होती है तथा बहुलक का निर्धारण करना भी कठिन होता
3. बहुलक सर्वाधिक घनत्व वाला बिन्दु होता है, अतः श्रेणी के वितरण का अनुमान सरलता से लगाया जा सकता है।

प्रश्न 11.

व्यक्तिगत श्रेणी में मधिका का मूल्य ज्ञात करने की प्रक्रिया को स्पष्ट कीजिए।

उत्तर:

मधिका का मूल्य ज्ञात करने हेतु सर्वप्रथम समंक माला के समस्त मूल्यों को आरोही (बढ़ते हुए) या अवरोही (घटते हुए) क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाता है। श्रेणी के मूल्यों की क्रम संख्या भी साथ - साथ लिखनी चाहिए। एक व्यवस्थित क्रम में क्रमबद्ध करने के बाद निम्न सूत्र द्वारा मधिका मूल्य ज्ञात किया जाता है।

$$M = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{वाँ मर्द}$$

उपर्युक्त सूत्र से पद की क्रम संख्या ज्ञात हो जाती है। इस क्रम संख्या का मूल्य ही मधिका मूल्य कहलाता है।

प्रश्न 12.

निम्न समंकों के आधार पर कल्पित माध्य विधि से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

व्यक्त	A	B	C	D	E	F
मासिक आय	500	650	400	750	450	550

उत्तर:

समान्तर माध्य की गणना:

परिवार	मासिक माध् (X)	कल्पित माध् (A = 500) विचलन (d = x - A)
A	500	500 - 500 = 0
B	650	650 - 500 = 150
C	400	400 - 500 = - 100
D	750	750 - 500 = 250
E	450	450 - 500 = -50
F	550	550 - 500 = 50
N = 6		$\sum d = 300$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N}$$

$$= 500 + \frac{300}{6}$$

$$= 500 + 50 = 550$$

प्रश्न 13.

निम्न सारणी से मधिका का मूल्य ज्ञात कीजिए

18, 12, 10, 5, 6, 20, 23, 23, 37, 28, 24, 50, 55, 57, 60

उत्तर:

सर्वप्रथम हम मूल्यों को आरोही (बढ़ते हुए) क्रम में व्यवस्थित करेंगे

क्र. सं.	1	2	3	4	5	6	7	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

मूल	5	6	10	2	18	20	23	23
	9	10	11	12	13	7	15	N = 15
	24	28	37	50	55	14	60	

$$\text{मधिका वर्ग} = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

$$= \frac{15+1}{2} \text{वाँ मद}$$

= 8वाँ मद 8वीं मद का आकार अथवा मूल्य 23 है अतः मधिका मूल्य 23 होगा।

प्रश्न 14.

निम्नलिखित समकों से मधिका ज्ञात कीजिए

84, 91, 72, 87, 68, 78, 95, 65

उत्तर:

सर्वप्रथम समकों को आरोही (बढ़ते हुए) क्रम में व्यवस्थित करेंगे

क्रम संख्या	मूल्य (X)
1	65
2	68
3	72
4	78
5	84
6	67
7	91
8	95
N = 8	

$$\text{मधिका} = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

$$= \left(\frac{8+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

$$= 4.5 \text{वाँ मद}$$

4.5वें मद का मूल्य ज्ञात करने हेतु 4वें मद तथा 5वें मद का मूल्य जोड़ कर 2 का भाग दिया जाएगा।

$$= \frac{78+84}{2}$$

$$= 162/2 = 81 \text{ अतः मधिका का मूल्य 81 होगा।}$$

प्रश्न 15.

निम्न आँकड़ों से निम्न एवं उच्च चतुर्थक के मान ज्ञात कीजिए

26, 22, 14, 30, 18, 11, 35, 41, 12, 32, 34, 41

उत्तर:

सर्वप्रथम आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करेंगे

11, 12, 14, 18, 22, 26, 30, 32, 34, 35, निम्न चतुर्थक (Q_1) की गणना

$$Q_1 = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{ वें मद का आकार}$$

$$= \left(\frac{11+1}{2} \right) = 12/2 = 6 \text{ वाँ मद का आकार}$$

$$Q = 14$$

उच्च चतुर्थक (Q_3) की गणना

$$\left(\frac{N+1}{2} \right) \text{ वें मद का आकार}$$

$$= \frac{3(11 + 1)}{4}$$

$$= \frac{3(12)}{4} = \frac{36}{4}$$

$$= 9 \text{ वाँ मद का आकार } Q = 34$$

प्रश्न 16.

दस श्रमिकों की मासिक मजदूरी निम्नांकित है:

मजदूरी (रुपये में) : 400, 415, 405, 417, 415, 425, 415, 417, 432

उपर्युक्त समकों के आधार पर बहुलक का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर:

बहुलक का मूल्य (निरीक्षण विधि द्वारा गणना)-श्रेणी का निरीक्षण करने से यह ज्ञात होता है कि इस श्रेणी में 415 रुपये की मजदूरी सबसे अधिक तीन बार आई है अतः बहुलक का मूल्य 415 रुपये होगा।

प्रश्न 17.

विविक्त श्रृंखला में मधिका मूल्य ज्ञात करने की प्रक्रिया को स्पष्ट कीजिए।

उत्तर:

विविक्त श्रृंखला अथवा खण्डित श्रेणी में मधिका ज्ञात करने हेतु सर्वप्रथम यदि समंक अव्यवस्थित है तो उन्हें बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करेंगे तथा उसके पश्चात् एक आवृत्ति में दूसरी आवृत्ति को जोड़कर संचयी आवृत्ति (c.f.) ज्ञात की जाती है। इसके पश्चात् अग्र सूत्र द्वारा मधिका की क्रम संख्या अथवा मधिका संख्या ज्ञात की जाती है

$$\text{मधिका} = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

मधिका की क्रम संख्या ऊपर से जिस संचयी आवृत्ति में आती है उसके सामने वाले मूल्य को ही मधिका मूल्य कहते हैं।

प्रश्न 18.

निम्न बारम्बारता वितरण से माधिका आय का परिकलन कीजिए

आय (रुपये में)	लोगों की संख्या
10	5
20	7
30	14
40	4

उत्तर:

माधिका मूल्य ज्ञात करने हेतु सर्वप्रथम संचयी आवृत्ति ज्ञात की जाएगी

आय रुपये में	लोगों की संख्या	संचयी आवृत्ति
X	f	c.f
10	5	5
20	7	12
30	14	26
40	4	30
	N = 30	

$$\text{माधिका} = \left(\frac{N+1}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{30+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

वाँ मद - 15.5 वाँ मद माधिका संख्या 15.5 ऊपर से संचयी आवृत्ति 26 के अन्तर्गत आती है अतः इसके सामने वाला पद 30 ही माधिका का मूल्य है।

प्रश्न 19.

निम्नलिखित समंकों से माधिका का

प्राप्तांक	5	10	30	20	35	15
विद्यार्थियों की संख्या	4	16	8	11	9	5

उत्तर:

मधिका मूल्य ज्ञात करने हेतु सबसे पहले समकों को बढ़ते क्रम में रखेंगे तथा संचयी आवृत्ति (c.f.) ज्ञात की जाएगी

X	f	c.f
5	5	5
10	7	12
15	14	26
20	4	30
25	12	23
30	7	13
35	3	22
	N = 30	

$$\text{मधिका} = \left(\frac{N+1}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{53+1}{2} \right) \text{वाँ मद}$$

$$= 27 \text{वाँ मद}$$

मधिका संख्या 27 ऊपर से संचयी आवृत्ति में 36 के अन्तर्गत आती है अतः उसके सामने वाला मद मूल्य 20 ही मधिका का मूल्य है।

प्रश्न 20.

निम्न सारणी से बहुलक वर्ग का निर्धारण कीजिए

वर्ग	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
आवृत्ति	3	23	0	42	11	9

उत्तर:

उपर्युक्त प्रश्न में समूहीकरण विधि द्वारा बहुलक वर्ग की गणना करेंगे

समूहन द्वारा बहुलक वर्ग की गणना

वर्ग	समूहन सारणी आवृत्तियाँ							
	I	II	III	IV	V	VI		
20-30	3	} 26	} 23	} 26	} 45	} 33	= 1	
30-40	23						} 22	} 42
40-50	0	} 21		} 33				
50-60	22		} 21		} 33		} 33	= 4
60-70	11	} 21		} 33				} 33
70-80	9		} 21		} 33		} 33	

प्रश्न 21.

निम्न समंकों के आधार पर भारित समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

विषय	अंक (x)	भार (w)
हिन्दी	68	4
अंग्रेजी	67	3
भूगोल	58	2
अर्थशास्त्र	65	1

उत्तर:

विषय	अंक (x)	भार (w)	XW
हिन्दी	68	4	252
अंग्रेजी	67	3	192
भूगोल	58	2	116
अर्थशास्त्र	65	1	97

$$\text{भारित समान्तर माध्य} = \frac{\sum XW}{\sum W} = \frac{630}{10} = 63$$